

Depta, Karl

Disbui.Frankfurt

1989

Untersuchungen zur symmetrischen und asymmetrischen Spaltung schwerer Kerne

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
in Frankfurt am Main

von
Karl Depta
aus Klein Rauden

Frankfurt am Main, 1988

Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dekan :	Prof. Dr. H. Klein
Leiter der Arbeit :	Prof. Dr. W. Greiner
Erstgutachter :	Prof. Dr. W. Greiner
Zweitgutachter :	Prof. Dr. J. Maruhn

Tag der mündlichen Prüfung : 20. März 1989

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Die symmetrische Spaltung	3
2.1	Die experimentelle Situation	3
2.2	Das asymmetrische Zwei-Zentren-Schalenmodell	9
2.2.1	Die kollektiven Koordinaten	9
2.2.2	Der Hamiltonoperator	14
2.2.3	Das Strutinsky-Verfahren	15
2.3	Die bimodale Spaltung und der Neck-Freiheitsgrad	20
2.3.1	Die Spaltverteilungen	20
2.3.2	Der Neck-Freiheitsgrad	25
2.3.3	Die Drei-Zentren-Deutung	32
3	Die asymmetrische Spaltung	38
3.1	Die Problematik der stark asymmetrischen Spaltung	40
3.2	Das Drei-Kugel-Modell	43
3.2.1	Die Parametrisierung	43
3.2.2	Das Einteilchenpotential	49
3.2.3	Das makroskopische Potential	65
3.3	Der Einfluß des Neck-Freiheitsgrades	75
3.4	Der Einfluß der Massen- und der Ladungsasymmetrie	85
4	Zusammenfassung	101
A	Die Ladungsasymmetrie des Potentials	104
A.1	Der mikroskopische Anteil	104
A.2	Der makroskopische Anteil	108

Kapitel 1

Einleitung

Das nun bereits seit fast einem halben Jahrhundert bekannte Phänomen der Kernspaltung rückte in der letzten Zeit durch neue experimentelle Resultate erneut in den Mittelpunkt des Interesses. Zwei Teilaspekte der Spaltung hoben sich dabei deutlich hervor :

- die beim symmetrischen Aufbruch schwerer Kerne in der Fm-Gegend gemessenen Verteilungen der totalen kinetischen Energie (TKE) der Fragmente und deren Massen, die sogenannte *bimodale Spaltung* ([1-3]) und
- der in der Ra-U-Gegend beobachtete, stark asymmetrische Zerfall mit der Emission leichter (^{14}C , ^{24}Ne bzw. ^{28}Mg) Kerne, die als *Cluster- oder magische Radioaktivitäten* ([4-16]) bezeichnet werden.

Die jüngsten Messungen ergaben, daß im ersten Fall die TKE-Verteilungen bei schweren Actiniden unerwartete Strukturen aufweisen. Aus der Korrelation dieser Verteilungen mit den symmetrischen Massenverteilungen der Fragmente läßt sich, wie wir später sehen werden, das Phänomen durch eine Zwei-Kanal-Deutung im Rahmen des asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodells erklären.

Auf der anderen Seite haben wir es bei den Cluster-Radioaktivitäten mit einem asymmetrischen Spaltphänomen zu tun. Durch die experimentelle Verifikation der theoretischen Vorhersagen ([68]) wurde eine Lücke zwischen der bekannten asymmetrischen Spaltung und dem α -Zerfall geschlossen.

In der vorliegenden Arbeit sollen im Rahmen eines Konzepts beide Phänomene erklärt werden. Der Schwerpunkt liegt auf der vereinheitlichenden Darstel-

lung der zugrundeliegenden Reaktionsmechanismen. Wie aus den Ausführungen in den nächsten Kapiteln ersichtlich, kommt dabei dem Neck-Freiheitsgrad sowie der Massen- und Ladungsasymmetrie als kollektiven Koordinaten eine besondere Bedeutung zu. Eine zentrale Rolle spielt der Einfluß der magischen Schalenabschlüsse der beteiligten Reaktionspartner.

Im unmittelbaren Zusammenhang sowohl mit der bimodalen Spaltung als auch mit den Cluster-Radioaktivitäten steht das Phänomen der sogenannten *kalten Spaltung*. Man versteht darunter Spaltereignisse, die im wesentlichen ohne innere Anregung der Fragmente verlaufen, bei denen also die Fragmentenergien dem Q -Wert der Reaktion sehr nahe kommen. Umfangreiche Messungen ([17-26]) führten innerhalb der letzten zehn Jahre zu immer präziseren Aussagen über die Verteilungen der Massen, Ladungen und Energien der Fragmente.

Das Ziel der Arbeit ist es, auch diesen Aspekt der Spaltung zu berücksichtigen und in Perspektive zu setzen mit den erwähnten Phänomenen. Wir vergleichen dazu bereits gemessene Fragmentverteilungen mit den theoretischen Resultaten, wie sie aus einem einfachen einheitlichen Kriterium folgen.



Kapitel 2

Die symmetrische Spaltung

In diesem Kapitel werden die Phänomene behandelt, die bei der symmetrischen Spaltung sehr schwerer Kerne in der Fm-Gegend in der jüngsten Zeit beobachtet wurden. Im Vordergrund stehen dabei die bei der bimodalen Spaltung beobachteten TKE-Verteilungen der Fragmente und deren Massen.

Wir gehen zunächst auf die experimentellen Ergebnisse bei der bimodalen Spaltung ein und wenden uns daraufhin der theoretischen Deutung der gemessenen Verteilungen der Energien und Massen der Fragmente zu. Dazu wird ein Überblick über das asymmetrische Zwei-Zentren-Schalenmodell (ATCSM) gegeben und dann der zugrundeliegende Mechanismus im Rahmen dieses Modells beschrieben.

2.1 Die experimentelle Situation

Eines der wesentlichen Ergebnisse bei der Untersuchung der spontanen und der niederenergetisch induzierten Spaltung schwerer Kerne ist die Asymmetrie, d.h. der Aufbruch eines Korns in zwei Fragmente ungleicher Masse. Umfangreiche Messungen ergaben, daß die symmetrische Spaltung nur in zwei begrenzten Bereichen der Nuklidkarte auftritt. Zum einen in der Tl-Ac-Gegend, angrenzend an die Gruppe der Actinide, zum anderen am Rande des Periodensystems bei schweren Actiniden, beginnend bei ^{257}Fm .

Bei dem Versuch die Messungen zu beschreiben stellt man fest, daß das Flüssigkeitstropfenmodell (Liquid-Drop-Modell [27,28]) die breiten symmetrischen Massenverteilungen und die gleichmäßigen Verteilungen der kinetischen Energie der Fragmente, wie sie in der Tl-Ac-Gegend beobachtet werden, annähernd reproduziert. Anders verhält es sich mit dem zweiten Gebiet der schweren Actinide. Zwar sind qualitativ die symmetrischen Massenverteilungen ([3]) durch das Liquid-Drop-Modell beschrieben, die gemessenen Breiten weichen jedoch von den zu großen Liquid-Drop-Werten ab. Man erkennt an den schmalen Verteilungen aus Abbildung 2.1 den Schalen-Einfluß des doppelt magischen $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ Kerns. Dieser erzeugt, wie wir später sehen werden, ein zusätzliches symmetrisches Minimum in der Potentialenergiefläche und verstärkt den Liquid-Drop Effekt.

Die Problematik des Liquid-Drop-Modells wird in diesem Zusammenhang deutlicher, wenn man die Verteilungen der totalen kinetischen Energie (TKE) der Fragmente betrachtet. Sie weichen, siehe Abbildung 2.2, deutlich von einer Gauß-Verteilung ab, wie sie aus dem Liquid-Drop-Modell folgt. Einen tieferen Einblick in den zugrundeliegenden Reaktionsmechanismus bekommt man aus Abbildung 2.3 ([29]). Darin ist am Beispiel von ^{260}Md die Verteilung der totalen kinetischen Energien zerlegt worden in zwei Gauß-Verteilungen, die ihr Maximum bei ca. 195 bzw. 235 MeV haben. Diese Zerlegung impliziert zwei sich um ca. 40 MeV unterscheidende Zerfallskanäle (bimodaler Charakter).

In analoger Weise ist in Abbildung 2.4 ([29]) die Massenverteilung von ^{260}Md zerlegt worden in einen sehr schmalen Anteil, der zum hochenergetischen Kanal gehört, und eine breite Verteilung aus dem niederenergetischen Zweig.

Einen anderen Zugang zum Phänomen der bimodalen Spaltung bekommt man aus der in Abbildung 2.5 ([2]) dargestellten Gegenüberstellung der wahrscheinlichsten totalen kinetischen Energien einiger Cm-, Cf-, Fm- und No-Isotope. Wir erkennen für die meisten Isotope eine gleichmäßige TKE-Abhängigkeit vom Coulomb-Parameter $Z^2/A^{1/3}$. Lediglich bei den beiden FM-Isotopen ^{258}Fm und ^{259}Fm beobachtet man Energien, die zwischen 35 und 40 MeV höher liegen als bei den anderen Isotopen. Sie kommen damit fast in die Nähe des Q -Werts der Reaktion und geben an dieser Stelle bereits den ersten Hinweis auf einen Reaktionsmechanismus, der im Zusammenhang mit der kalten Spaltung steht. Es ist offensichtlich, daß diese Energien dem hochenergetischen Anteil

der zweiteiligen Gauß-Verteilung von Abbildung 2.3 entsprechen, während der niederenergetische Beitrag der glatten Systematik der Abbildung 2.5 genügt.

Eine natürliche Erklärung für die beiden Kanäle mit den zugehörigen Verteilungen ergibt sich aus dem im folgenden behandelten asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodell. Es kristallisiert sich dabei heraus, daß der Neck-Freiheitsgrad zusammen mit der Massenasymmetrie und dem Zentrenabstand eine dominierende Rolle bei der Deutung spielt.

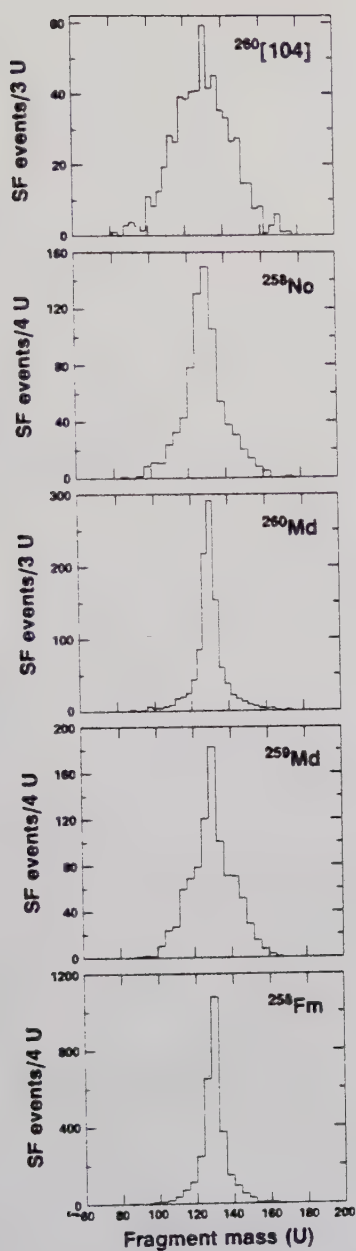


Abb. 2.1: Verteilung der gemessenen Fragment-Massen (vgl. [3])

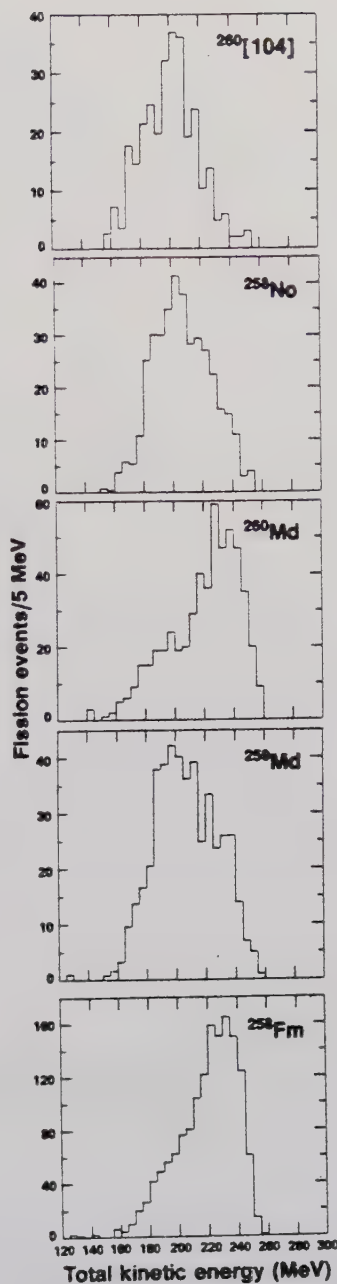


Abb. 2.2: Verteilung der totalen kinetischen Energien der Fragmente

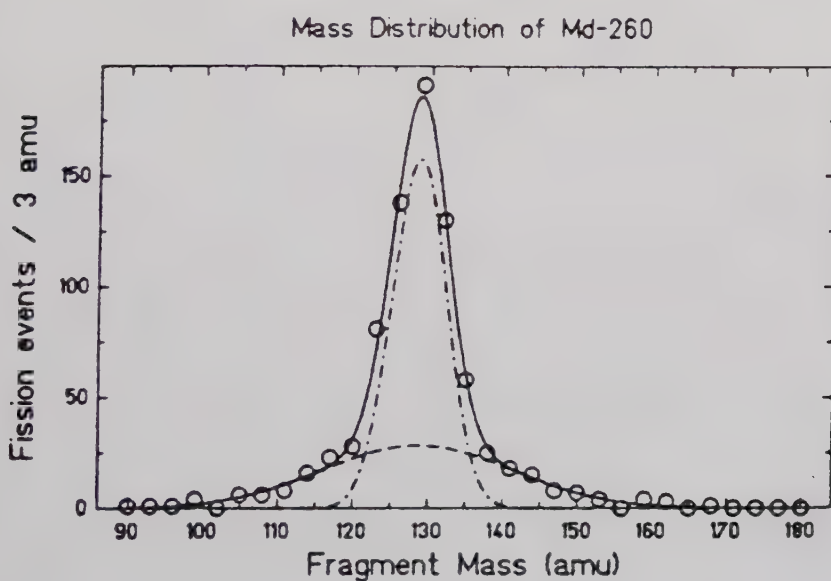
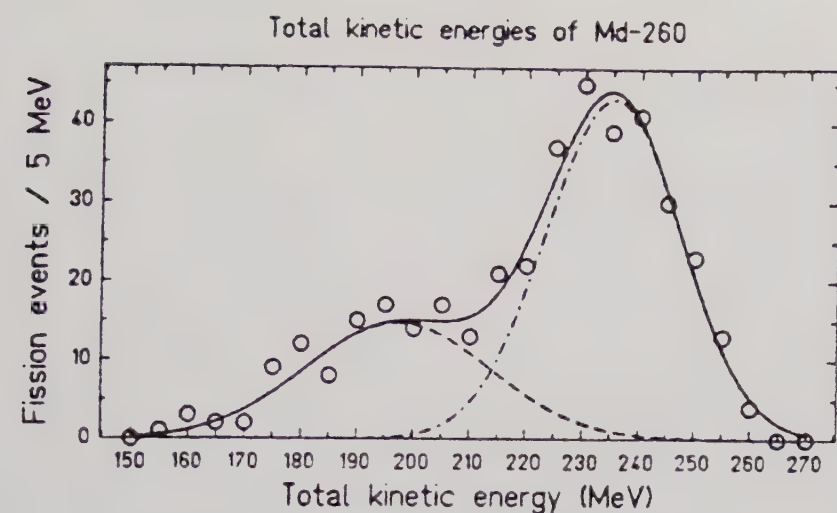
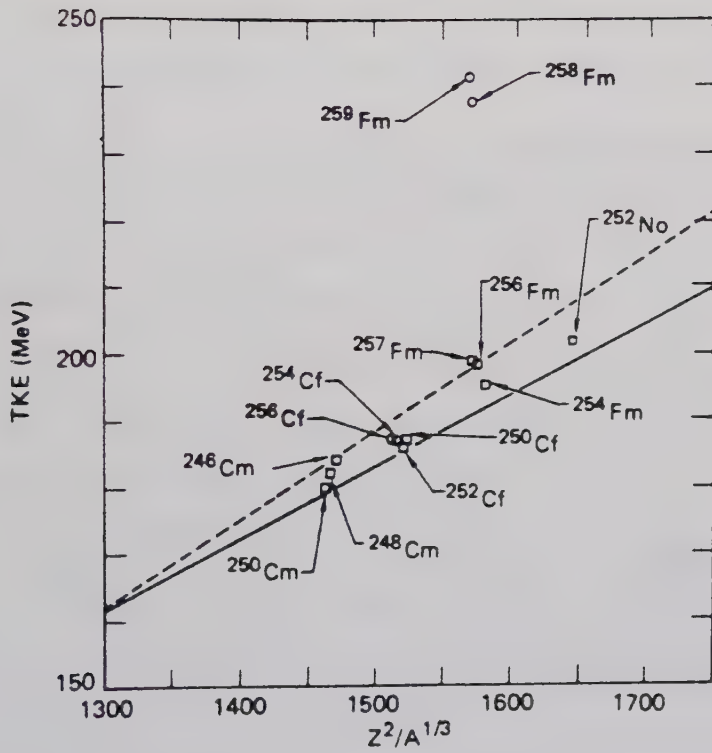


Abb. 2.3: (oben) TKE-Verteilung der Spaltfragmente von ^{260}Md mit der Gauß-Zerlegung in die Kanal-Beiträge (aus [29])

Abb. 2.4: (unten) Verteilung der Fragmentmassen von ^{260}Md



UFfm TP 86-167

Abb. 2.5: Korrelation der gemittelten TKE-Verteilungen mit dem Coulomb-energie-Parameter $Z^2/A^{1/3}$ (aus [2])

2.2 Das asymmetrische Zwei-Zentren-Schalenmodell

2.2.1 Die kollektiven Koordinaten

Wie bereits im letzten Abschnitt angedeutet ist das Liquid-Drop-Modell nur bedingt in der Lage, das Phänomen der Kernspaltung korrekt zu beschreiben. Die Darstellung des Kerns als inkompressibler, gleichmäßig geladener Flüssigkeitstropfen beschreibt die Kerneigenschaften nur gemittelt. Zwar gibt das Modell Einsicht in den qualitativen Verlauf der Bindungsenergien, indem es sie über einen großen Bereich der Massenzahl bis auf ± 10 MeV genau wiedergibt. Es versagt jedoch bereits bei der Darstellung deformierter Grundzustände und ist ebenso nicht fähig, die Details der symmetrischen und die asymmetrische Spaltung zu beschreiben.

Das Nilsson-Modell ([30]) beschreibt als Schalenmodell die Nukleonen als quantisierte, unabhängige, sich im gemittelten, effektiven Potential bewegend Teilchen. Mit ihm wurde es schließlich möglich, deformierte Grundzustände und Spaltbarrieren in der richtigen Größenordnung anzugeben. Da das Modell als Ein-Zentren-Modell jedoch den Grenzfall zweier getrennter Fragmente nicht richtig darstellen kann, wurde eine neue Klasse der sogenannten Zwei-Zentren-Modelle ([31-34]) entwickelt. Im folgenden wollen wir auf das asymmetrische Zwei-Zentren-Schalenmodell ([35]) eingehen, in dessen Rahmen die Deutung der Effekte bei der bimodalen Spaltung dargestellt wird.

Das ATCSM gehört wie das Nilsson-Modell und auch das Liquid-Drop-Modell zu den kollektiven Kernmodellen. Die Grundidee dieser Modelle besteht in der kompakten Beschreibung des nuklearen Vielteilchensystems durch einige kollektive Koordinaten. Der Sättigungscharakter der Kernkräfte bewirkt, daß man die $3A$ Einteilchen-Koordinaten des A -Nukleonen-Systems durch einen kleinen Satz kollektiver Koordinaten ersetzen kann, und so handhabbare Modelle erhält.

Charakteristisch für das ATCSM ist, daß es die beiden Grenzfälle zweier getrennter Fragmente und des (deformierten) Ausgangskerns enthält. Die bei der Spaltung auftretenden Deformationen werden durch den gewählten Satz

kollektiver Koordinaten beschrieben.

Aus Abbildung 2.6, die einen Schnitt durch das Potential und die Kernformen entlang der Symmetrieachse darstellt, erkennt man, daß das ATCSM aus zwei Nilsson-Modellen für die Fragmente zusammengesetzt ist. Beide Fragmente besitzen die gleiche Symmetrieachse und sind mit einem Zusatzpotential glatt aneinandergesetzt. Die Äquipotentialflächen und damit auch die Oberfläche des zugeordneten Tropfens bestehen also aus zwei Rotationsellipsoiden mit einem glatten Verbindungsstück. Die kollektiven Freiheitsgrade des Modells sind :

- der Zentrenabstand $R = z_2 - z_1$ bzw. die Gesamtlänge $L = R + a_1 + a_2$ des Kerns,
- die Massenasymmetriekoordinate $\eta = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$ mit den Massenzahlen A_1 und A_2 der Fragmente,
- der Neck-Parameter $\varepsilon = E_0/E'$ als Maß für die Dicke des Verbindungsstücks zwischen den beiden Fragmenten, wobei ε das Verhältnis zwischen der Barrierenhöhe des abgerundeten Oszillators E_0 zur Barrierenhöhe des spitzen Oszillators E' angibt, und
- die Quadrupoldeformationen $\beta_1 = a_1/b_1$ und $\beta_2 = a_2/b_2$ der Fragmente, wobei die a , die Halbachsen entlang und die b , die Halbachsen senkrecht zu der Verbindungslinie der Zentren sind.

Von zentraler Bedeutung für das Modell ist neben dem Zentrenabstand R der Fragmente die Massenasymmetrie η . Der Definitionsbereich von η liegt zwischen -1 und $+1$, wobei η im Überlappungsbereich eine kontinuierliche Variable ist, während sie asymptotisch nur diskrete Werte annehmen kann. Die Werte $\eta = \pm 1$ haben nur dann einen physikalisch relevanten Sinn, wenn der Abstand zwischen beiden Zentren verschwindet. Wie man sieht, ist dadurch eine Einschränkung auf Zweikörperaufbrüche vorgenommen worden. Diese Einschränkung ist jedoch nicht von entscheidender Bedeutung, da zum einen die Experimente sehr gut beschrieben werden, und zum anderen eine Verallgemeinerung auf Drei- und Mehrkörperaufbrüche möglich ist (vgl. [36,39]). Die Einführung der Massenasymmetrie η hat außerdem den Vorteil, daß es nicht nötig ist, jeden möglichen Zerfallskanal gesondert zu betrachten, sondern man hat mit η einen vereinigten Freiheitsgrad für den gesamten Massentransfer.

Einen Eindruck über die Vielfalt möglicher Kernformen, die durch das Modell beschrieben werden, bekommt man in Abbildung 2.7. Für einen festen Neck-Parameter ($\varepsilon = 0.3$) und feste Quadrupoldeformationen ($\beta_1 = \beta_2 = 1$) ist dort ein Ausschnitt aus der R - η -Ebene dargestellt. Einerseits ist für festes η mit wachsendem Zentrenabstand R ein möglicher Zerfall in zwei Fragmente angedeutet, andererseits wird bei festem R der Massentransfer mit steigendem η sichtbar.

Als weiteren, für die bimodale Spaltung wesentlich gewordenen Freiheitsgrad hat man den Neck-Parameter ε . Abbildung 2.8 zeigt eine Kernfamilie in der R - ε -Ebene für den symmetrischen Aufbruch ($\eta = 0$) bei festgehaltenen Quadrupoldeformationen ($\beta_1 = \beta_2 = 1$). Wie man sieht, beschreibt der Neck-Parameter einerseits das Einschnüren des Kerns, andererseits werden für negative ε -Werte Kernformen mit höheren Multipolmomenten erzeugt.

Wegen der Inkompressibilität der Kernmaterie, die im Grundzustand und für niedrige Anregungsenergien gut erfüllt ist, geht in das Modell die Bedingung der Volumenerhaltung mit ein. Die in den Abbildungen 2.7 und 2.8 dargestellten Kernformen erfüllen diese Bedingung. Aus zeichentechnischen Gründen wurden hier lediglich die Kernformen auf eine Zeichen-Box skaliert, um die Bilder überschaubarer zu halten.

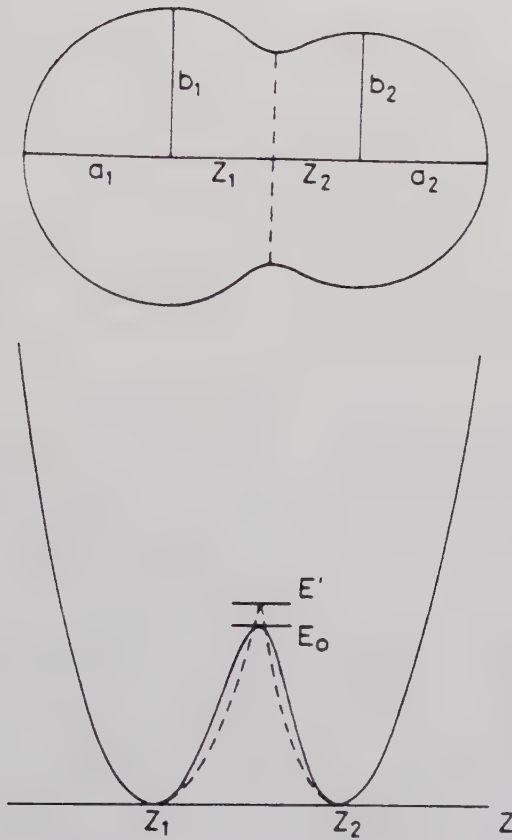


Abb. 2.6: Definition der Kernparametrisierung, sowie des Einteilchenpotentials im ATCSM entlang der z -Achse, die die Kernzentren bei z_1 und z_2 verbindet.

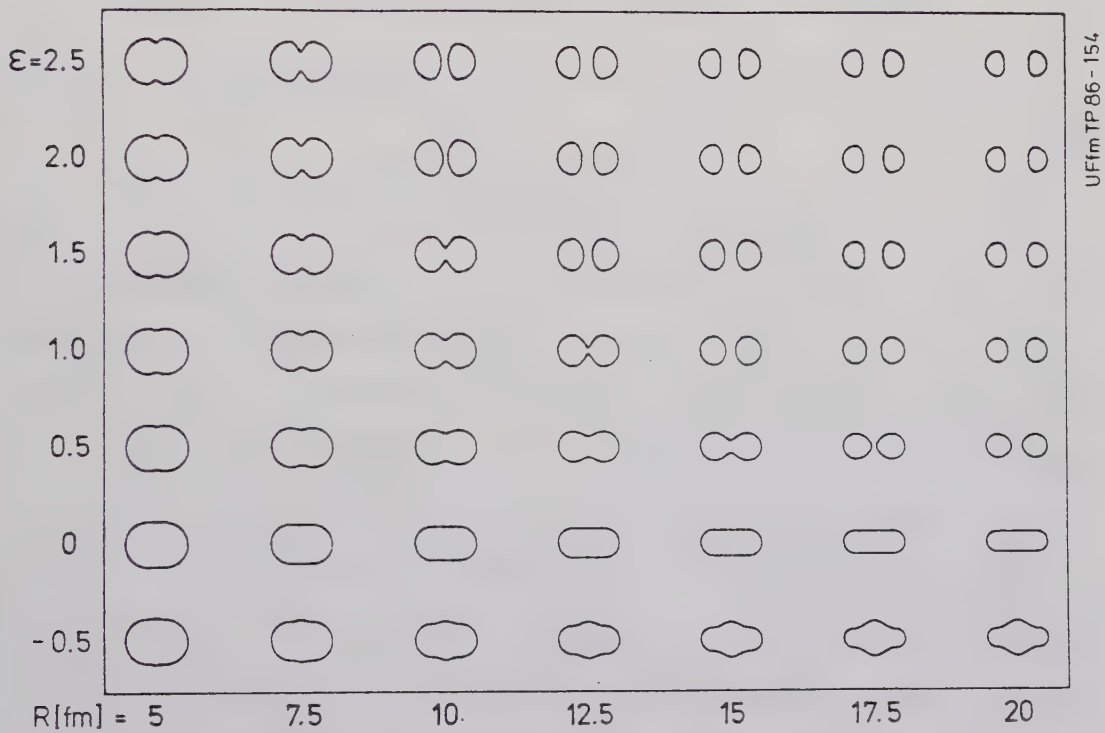
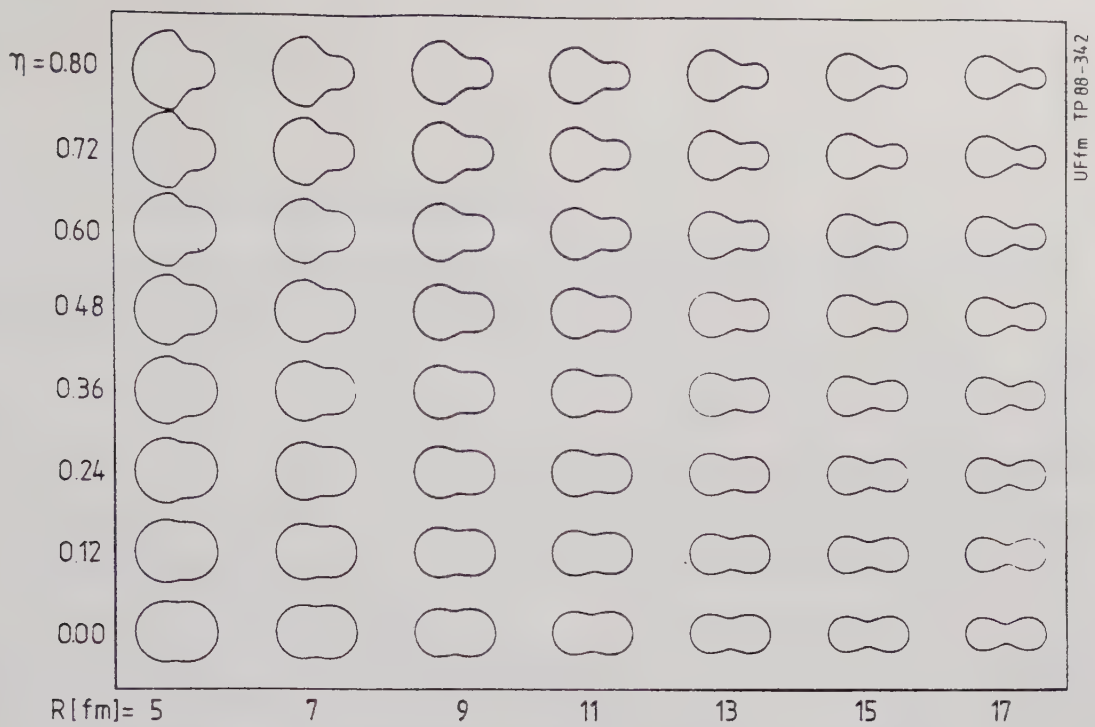


Abb. 2.7: Ausschnitt aus der R - η -Ebene mit der Darstellung der zugehörigen Kernformen bei ^{258}Fm .

Abb. 2.8: Wie Abb. 2.7, jedoch in der R - ϵ -Ebene

2.2.2 Der Hamiltonoperator

Der Einteilchen-Hamiltonoperator nimmt in Zylinderkoordinaten für das axial-symmetrische ATCSM folgende Form an

$$\hat{H}_{sp} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\rho, z) + V_{ls} + V_{l^2} \quad (2.1)$$

Der erste Term beschreibt die kinetische Energie des Systems. Das effektive Einteilchenpotential $V(\rho, z)$ ergibt sich durch Erweiterung des Nilsson-Modells auf zwei glatt miteinander verbundene Oszillatoren. Es ist definiert als

$$V(\rho, z) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\omega_i^2 z_i'^2 + \frac{1}{2}m\alpha_i^2 \rho^2 & , \text{ falls } |z| \geq |z_i| \\ \frac{1}{2}\varepsilon m\omega_i^2 z_i'^2 \cdot \left[1 - 2\left(\frac{z_i'}{z_i}\right) - 2\left(\frac{z_i'}{z_i}\right)^2\right] \\ \quad + \frac{1}{2}m\alpha_i^2 \rho^2 \cdot \left[1 + g_i z_i'^2\right] & , \text{ falls } 0 \leq |z| \leq |z_i| \end{cases} \quad (2.2)$$

Für den verallgemeinerten Spin-Bahn-Term bzw. den l^2 -Term hat man ferner

$$V_{ls} = -\frac{\hbar}{m} \left\{ \frac{\kappa_i}{\omega_{0i}}, \nabla V \times \vec{p} \cdot \vec{s} \right\} \quad (2.3)$$

und

$$V_{l^2} = -\frac{\hbar}{2} \left\{ \omega_{0i}\kappa_i\mu_i, \vec{l}_i^2 \right\}_{sym} + \hbar\omega_{0i}\kappa_i\mu_i \frac{N_i(N_i+3)}{2} \delta_{if} \quad (2.4)$$

Der Index $i = 1, 2$ entspricht dabei dem linken bzw. rechten Oszillator mit dem Zentrum z_1 bzw. z_2 . Bezüglich der Zentren z , wird die Größe z' , definiert als $z' = z - z_i$. Die Oszillatorfrequenzen ω_i und α_i sind über die Quadrupolmomente β_i verknüpft zu $\alpha_i = \beta_i\omega_i$ und werden aus der Forderung der Unabhängigkeit des Oberflächenpotentials des Kerns von der Deformation bestimmt. Die mit dem Index 0 gekennzeichneten Frequenzen ω_{0i} berechnen sich wie die Parameter κ_i und μ_i direkt aus der jeweiligen Teilchenzahl in den beiden Hälften ([40]).

Wegen dieser Abhängigkeit sind diese Größen im allgemeinen ortsabhängig und vertauschen damit nicht mehr mit dem Impulsoperator. Beim verallgemeinerten Spin-Bahn-Kern genügt die explizite Symmetrisierung mit dem Antikommutator, um den Operator hermitesch zu machen. Für den l^2 -Term ist dies jedoch nicht ausreichend, da der Operator $\vec{l}_i^2$ sich auf die jeweiligen Zentren z_1 bzw. z_2 bezieht und an der Stelle $z = 0$ unstetige Ergebnisse liefert. Man ist daher gezwungen, die Matrixelemente einzeln zu symmetrisieren, was in Gleichung (2.4) durch den Index *sym* angedeutet wurde. Die im zweiten

Summanden der Gleichung (2.4) auftauchende Quantenzahl N_i ist angelehnt an die Hauptquantenzahl des sphärischen Schalenmodells und berechnet sich hier aus $N_i = n_z + N_\rho$ mit den (numerisch) zu bestimmenden Zwei-Zentren-Quantenzahlen n_z , bzw. N_ρ . Die Bedingung der Volumenerhaltung bestimmt zusammen mit der Forderung nach der stetigen Differenzierbarkeit des stückweise definierten Einteilchenpotentials aus Gleichung (2.2) letztlich alle freien Parameter des Modells.

2.2.3 Das Strutinsky-Verfahren

Eine zentrale Rolle, insbesondere bei der Beschreibung der Spaltung, spielt für das ATCSM das Renormierungsverfahren von Strutinsky ([41,42]). Den außerordentlichen Erfolgen der Schalenmodelle, z.B. bei der Deutung der magischen Zahlen oder bei der Beschreibung deformierter Grundzustände, steht das Problem der genauen Berechnung von Größen, wie z.B. der Gesamtenergie, entgegen. Der Grund hierfür liegt in der Tatsache, daß die Schalenmodelle nur bei Eigenschaften, die von Nukleonen in der Nähe der Fermikante abhängig sind, korrekte Resultate liefern. Globale Eigenschaften jedoch, die von allen Nukleonen abhängen, wie z.B. die Gesamtenergie, werden nicht korrekt bestimmt.

Man definiert im Schalenmodell üblicherweise die Gesamtenergie als Summe der Einteilchen-Energien ϵ_i der A Nukleonen und addiert die klassisch berechnete Coulombenergie E_{Coul} hinzu, um die vernachlässigte Coulomb-Wechselwirkung effektiv zu berücksichtigen :

$$E = \sum_{i=1}^A \epsilon_i + E_{Coul} \quad . \quad (2.5)$$

Bei Betrachtung der Deformationsabhängigkeit der ϵ_i stellt man fest, daß sämtliche Niveaus stark von der Deformation abhängen, und damit ein falsches Deformationsverhalten des Systems folgt. Die Idee des Renormierungsverfahrens von Strutinsky besteht nun darin, die Berechnungsvorschrift für E dahingehend zu modifizieren, daß man den Einteilchen-Niveaus um die Fermikante eine dominierende Rolle zugesteht, und den Beitrag der inneren Schalen, der offensichtlich nicht korrekt ist, durch einen "glatten" Anteil aus einem anderen Modell ersetzt. Ein Modell, das diese mittleren "glatten" Eigenschaften beschreibt

ist das bereits angesprochene Liquid-Drop-Modell. Die Differenz zwischen den experimentellen Bindungsenergien und den Liquid-Drop-Daten, auch als experimentelle Schalenkorrektur bezeichnet, gibt also ein Maß für den Beitrag des Schalenmodells.

Wir wollen im folgenden das Strutinsky-Verfahren vorstellen und behandeln deshalb kurz das Liquid-Drop-Modell. Ausgangspunkt ist die Bethe-Weizsäcker-Formel ([43,44]), die die Bindungsenergie wegen des Sättigungscharakters der Kernkräfte, der relativ scharfen Oberfläche des Kerns und der Inkompressibilität der Kernmaterie als Summe aus Volumen-, Oberflächen-, Coulomb-, Asymmetrie- und Paarkraftterm darstellt. Vernachlässigt man den Einfluß des Paarkraftterms und ordnet den Asymmetriebeitrag dem Volumen- bzw. Oberflächenterm zu, so gilt für die Liquid-Drop-Energie nach einem Ansatz von Myers und Swiatecki

$$E_{LDM} = E_S + E_C + E_V + E_W - (E_S^0 + E_C^0 + E_V^0 + E_W^0) \quad , \quad (2.6)$$

mit den Beiträgen E_S , E_C , E_V und E_W der Oberflächen-, Coulomb-, Volumen- und Wigner-Energie, normiert auf den sphärischen Compoundkern ($E_S^0, E_C^0, E_V^0, E_W^0$). Wir wollen im folgenden den Wigner-Term vernachlässigen, auf diesen Beitrag soll jedoch im nächsten Kapitel eingegangen werden. Gehen wir weiterhin davon aus, daß das (Z/A) -Verhältnis während des gesamten Spaltvorgangs erhalten bleibt, d.h. daß die Massenasymmetrie η der Ladungsasymmetrie η_Z entspricht, so verschwindet die Volumenabhängigkeit, und man erhält

$$E_{LDM} = [(B_S - 1) + 2x(B_C - 1)] E_S^0 \quad (2.7)$$

mit $B_S = E_S/E_S^0$, $B_C = E_C/E_C^0$ und $x = E_C^0/(2E_S^0) \simeq Z^2/(50A)$. Für einen sphärischen Kern mit Z Protonen und N Neutronen ist nach Myers und Swiatecki [28] die Oberflächenenergie gegeben durch

$$E_S^0 = a_S \left(1 - \kappa \left(\frac{N - Z}{A} \right)^2 \right) A^{2/3} \quad (2.8)$$

mit $a_S = 17.9439$ MeV, $\kappa = 2.53$, und die Coulombenergie

$$E_C^0 = a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (2.9)$$

mit $a_C = 0.7053 \text{ MeV}$.

Bei einem deformierten Kern werden die obigen Ausdrücke mit einer deformationsabhängigen Funktion der Form $1 + f(\alpha)$ multipliziert. Dabei ist α der Deformationsparameter, und $f(\alpha)$ nimmt für den sphärischen Kern, d.h. für $\alpha = 0$, den Wert Null an.

Die noch fehlende Verbindung zwischen der Zwei-Zentren-Parametrisierung des ATCSM und dem Liquid-Drop-Modell folgt aus der Forderung, daß die scharfe Oberfläche des Flüssigkeitstropfens mit der Oberflächen-Äquipotentialfläche des ATCSM übereinstimmt. Damit ist $f(\alpha)$ bestimmt.

Die bereits oben definierte experimentelle Schalenkorrektur in der Form

$$\delta U_{exp} = E_{LDM} - E_{exp} \quad (2.10)$$

wird nach dem Strutinsky-Verfahren durch folgende theoretische Schalenkorrektur δU angenähert

$$\delta U = \sum_{i=1}^A \epsilon_i - \tilde{E} \quad (2.11)$$

Von der Summe der Einteilchen-Energien ϵ_i wird der "glatte", sich mit der Deformation langsam ändernde Anteil der inneren Schalen $\tilde{E}$ abgezogen. Damit gilt für die Gesamtenergie in Analogie zu Gleichung (2.10)

$$E = E_{LDM} + \left(\sum_{i=1}^A \epsilon_i - \tilde{E} \right) \quad (2.12)$$

Für die Berechnung von $\tilde{E}$ schlug Strutinsky vor, an Stelle der richtigen Schalenmodell-Niveaudichte

$$g(\epsilon) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta(\epsilon - \epsilon_i) \quad (2.13)$$

eine "verschmierte" Niveaudichte $\tilde{g}(\epsilon)$ in der Form

$$\tilde{g}(\epsilon) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{\infty} f\left(\frac{\epsilon - \epsilon_i}{\gamma}\right) \quad (2.14)$$

einzuführen. Dabei ist f eine Funktion, die exponentiell in $(\epsilon - \epsilon_i)^2$ abfällt, und γ eine geeignete Konstante (vgl. [45,46]). Die Glättung über die Massenzahl, wie sie eigentlich aus der Definition von δU hervorgeht, wurde ersetzt durch eine Glättung über die Energie; letztlich ergibt sich also eine Verschmierung

der Fermikante in der Energie. Die Fermikante λ der geglätteten Verteilung $\tilde{g}$ wird aus der Anzahl der Teilchen folgendermaßen berechnet

$$n = \int_{-\infty}^{\lambda} \tilde{g}(\epsilon) d\epsilon \quad , \quad (2.15)$$

und man erhält für $\tilde{E}$

$$\tilde{E} = \int_{-\infty}^{\lambda} g(\epsilon) \cdot \epsilon d\epsilon \quad . \quad (2.16)$$

Die Berechnung von n erfolgt für Protonen und Neutronen getrennt, und man erhält für $\tilde{E}$ zwei Beiträge von den jeweiligen Nukleonensorten, woraus folgt

$$\delta U = \sum_{i=1}^A \epsilon_i - \left(\int_{-\infty}^{\lambda_p} g_p(\epsilon) \cdot \epsilon d\epsilon + \int_{-\infty}^{\lambda_n} g_n(\epsilon) \cdot \epsilon d\epsilon \right) \quad . \quad (2.17)$$

Neben der Korrektur zur Gesamtenergie, die durch Schaleneffekte hervorgerufen wird, muß man auch eine Korrektur, die auf die Paarkraft zurückgeht, mit in Betracht ziehen. Das Auftreten der Paarkraft ist durch das sehr kurzreichweitige, anziehende Nukleon-Nukleon-Potential bedingt. Sie bewirkt, daß zwei Nukleonen gleicher Sorte im Kern die Tendenz haben, zum Drehimpuls Null zu koppeln, wobei sie einen energetisch besonders günstigen Zustand einnehmen. Die Behandlung dieser Korrektur erfolgt üblicherweise im Rahmen der BCS-Theorie (vgl. z.B. [47]). Hier soll nur kurz auf das Resultat eingegangen werden. Es ist

$$\delta P = P - \tilde{P} \quad , \quad (2.18)$$

wobei P die Differenz der Summe der Einteilchen-Energien mit und ohne Paarkraftwechselwirkung ist. D.h. es gilt

$$P = \sum_{i=1}^{\infty} v_i^2 \epsilon_i - \frac{\Delta^2}{G} - \sum_{i=1}^n \epsilon_i \quad . \quad (2.19)$$

Die Berechnung von P wird für Protonen und Neutronen getrennt durchgeführt. Analog zum Strutinsky-Verfahren stellt $\tilde{P}$ einen "glatten" Anteil dar, der bereits in der Liquid-Drop-Energie enthalten ist. Zur Bestimmung der Größen in den obigen Gleichungen sei verwiesen auf [48]. Die nach Gleichung (2.19) berechnete Paarkraft zeigt ein ähnliches Verhalten wie die Schalenkorrektur, sie wirkt dieser

jedoch entgegen. Die Paarkraft spielt bei der im folgenden zu behandelnden Potential-Energiefläche eine untergeordnete Rolle. Deutlicher ist ihr Einfluß bei den Massenparametern.

Nach diesen Betrachtungen folgt mit der Abkürzung

$$\delta V = \delta U + \delta P \quad (2.20)$$

für die Energie, die auch als kollektives Potential bezeichnet wird, die Gleichung

$$E(R, \eta, \varepsilon, \beta_1, \beta_2) = E_{LDM} + \delta V \quad . \quad (2.21)$$

2.3 Die bimodale Spaltung und der Neck-Freiheitsgrad

2.3.1 Die Spaltverteilungen

Wie wir gesehen haben, stellt das Renormierungsverfahren von Strutinsky eine Verbindung zwischen dem ATCSM und dem Liquid-Drop-Modell her. Wir haben damit effektiv eine Verknüpfung vom Einteilchen-Bild, charakterisiert durch den Hamiltonoperator $\hat{H}_{sp}$ aus Gleichung (2.1), mit dem kollektiven Bild, das durch den kollektiven Hamiltonoperator dargestellt wird. Aus der klassischen Gesamtenergie der kollektiven Bewegung

$$H(\alpha) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} B_{ij}(\alpha) \dot{\alpha}_i \dot{\alpha}_j + E(\alpha) \quad (2.22)$$

mit den kollektiven Massenparametern B_{ij} folgt nach dem Quantisierungsverfahren von Pauli und Podolsky [49,50] für den kollektiven Hamiltonoperator

$$\hat{H}(\alpha) = -\frac{\hbar^2}{2} \sum_{i,j} \frac{1}{\sqrt{B}} \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sqrt{B} B_{ij}^{-1} \frac{\partial}{\partial \alpha_j} + E(\alpha) \quad (2.23)$$

Dabei ist $B = \det(B_{ij})$ die Determinante und B_{ij}^{-1} die Inverse der Massenmatrix B . Das Volumenelement modifiziert sich dabei zu

$$d\tau = \sqrt{B} \prod_i d\alpha_i \quad (2.24)$$

Die kollektiven Koordinaten α sind im ATCSM gegeben durch den Satz $\alpha = (R, \eta, \varepsilon, \beta_1, \beta_2)$.

Die theoretische Beschreibung des Phänomens der Spaltung bedeutet nun, die entsprechende, zu $\hat{H}(\alpha)$ gehörende, zeitabhängige Schrödingergleichung

$$\hat{H}\psi(\alpha, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\alpha, t) \quad (2.25)$$

zu lösen. Da dies jedoch wegen der Komplexität des höherdimensionalen Problems in der Praxis nur approximativ möglich ist, soll im folgenden auf ein Näherungsverfahren eingegangen werden.

Beim ersten Schritt der Beschreibung der Spaltdynamik beschränken wir uns auf die Behandlung der wesentlichen Freiheitsgrade, d.h. auf den Zentrenabstand R und die für den Massentransfer verantwortliche Massenasymmetrie η . Der Spaltprozess kann wegen der als gering anzusehenden kollektiven Geschwindigkeiten als ein adiabatischer Prozess angesehen werden. Wegen des adiabatischen Verlaufs kann man nun in guter Näherung das zeitabhängige Problem auf ein stationäres reduzieren. D.h. unter der einschränkenden Annahme, daß einerseits die Spaltverteilung an der Spaltbarriere weitgehend bestimmt ist und andererseits die Kopplung zwischen R und η vernachlässigbar ist, also

$$B_{R\eta}^2 \ll B_{RR}B_{\eta\eta} \quad (2.26)$$

gilt, ergibt sich folgende stationäre Schrödingergleichung für η

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\sqrt{B_{\eta\eta}}} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{B_{\eta\eta}}} \frac{\partial}{\partial \eta} + V(\eta; R) \right\} \psi_n(\eta; R) = E_n \psi_n(\eta; R) \quad (2.27)$$

Dabei ist mit dem Volumenelement aus Gleichung (2.24) die Normierung gegeben durch

$$\int_{-1}^{+1} (\psi_n)^* \cdot (\psi_m) \cdot \sqrt{B_{\eta\eta}} d\eta = \delta_{nm} \quad (2.28)$$

Wie man sieht, hängen die Wellenfunktionen und damit die Gesamtlösung nur parametrisch vom Zentrenabstand R ab. Der Einfluß der anderen Freiheitsgrade auf die Lösung ist nur implizit berücksichtigt. Konsistent mit dem Adiabasie-Bild kann man davon ausgehen, daß sich der Kern im Verlauf einer Spaltung entlang eines minimalen Pfades bewegt. Das System sollte daher genügend Zeit haben, den energetisch günstigsten Zustand zu besetzen. Wir können also die übrigen Freiheitsgrade durch eine Minimierungsbedingung der Form

$$V(\eta; R) = \min_{\epsilon, \beta_1, \beta_2} \{ E_{LDM}(R, \eta, \epsilon, \beta_1, \beta_2) + \delta V(R, \eta; \epsilon, \beta_1, \beta_2) \} \quad (2.29)$$

berücksichtigen, da das Potential den dominierenden Einfluß auf die Spaltdynamik ausübt. Die Problematik der Bestimmung kollektiver Massenparameter soll an dieser Stelle ausgeklammert werden (vgl. [51]).

Eine Möglichkeit, die vernachlässigte Kopplung zwischen R und η effektiv zu berücksichtigen, besteht in der Einführung einer Boltzmann-Verteilung, nach

der die höheren η -Wellenfunktionen bei Anregung besetzt werden. Damit erhalten wir bei einer Temperatur T für die Wahrscheinlichkeitsdichte w

$$w(\eta; R, T) = \frac{\sum_k |\psi_k|^2 \cdot \exp(-E_k/T)}{\sum_k \exp(-E_k/T)} \quad , \quad (2.30)$$

woraus die experimentell beobachtbare Massenausbeute Y gegeben ist durch

$$Y(A_1) = w(\eta; R, T) \sqrt{B_{\eta\eta}} \frac{400}{A} \quad . \quad (2.31)$$

Die Massenausbeute Y ist üblicherweise normiert auf 200%.

Die oben eingeführte Temperaturabhängigkeit hat zur Folge, daß auch die Berechnungsvorschrift für das Potential modifiziert werden muß. Wir nehmen an, daß aufgrund einer inneren Anregung des Systems die Schalenkorrekturen und die Paarkraftkorrektur mit dem Faktor $\exp\{-(T/T_0)^2\}$, mit $T_0 = 1.5$ MeV, gedämpft werden. Für hohe Temperaturen, d.h. hohe Anregungsenergien des Kerns, hat dies zur Folge, daß der Liquid-Drop-Anteil das Reaktionsgeschehen beherrscht. Die in Gleichung (2.29) angegebene Minimierungsbedingung ist für $T = 0$, d.h. für den Fall einer kalten Spaltung durchzuführen. Eine gute Approximation an Gleichung (2.29) stellt eine Minimierung dar, bei der nur der Liquid-Drop-Anteil berücksichtigt wird. Die im folgenden vorgestellten Verteilungen wurden unter dieser Annahme berechnet.

Im Anschluß an die Ableitung des Modells wollen wir nun einige daraus resultierende Ergebnisse vorstellen, die im unmittelbaren Zusammenhang mit der bimodalen Spaltung stehen ([52]).

Wie bereits in Abschnitt 2.1 bemerkt, beobachtet man in der Gegend schwerer Actinide einen Übergang der asymmetrischen in die symmetrische Spaltung. Man stellt fest, daß dabei die Fm-Isotope eine Sonderstellung einnehmen. Die leichten Isotope, angefangen bei dem sehr gut vermessenen ^{254}Fm ([53,54]) bis hin zum ^{256}Fm ([55]), weisen eine asymmetrische Massenverteilung auf. Besonders ausgeprägt ist sie bei ^{254}Fm , mit einem deutlichen Minimum bei Symmetrie. Für schwerere Isotope, ab ^{257}Fm , geht die Massenverteilung in eine symmetrische über ([56,57]).

Aus Abbildung 2.9 sehen wir eine Gegenüberstellung sowohl der experimentellen Daten als auch der theoretisch berechneten Massenausbeuten für die

Isotope ^{255}Fm bis ^{258}Fm ([52]). Die bei den Isotopen ^{255}Fm und ^{257}Fm angegebene Kerntemperatur von $T = 0.5 \text{ MeV}$ entspricht einer Anregungsenergie von $E^* \simeq 6.5 \text{ MeV}$ und damit der Bindungsenergie des letzten Neutrons, wobei man die phänomenologisch abgeleitete Beziehung

$$E^* = \frac{T^2}{10 \text{ MeV}} A \quad (2.32)$$

für die zugehörige innere Anregungsenergie E^* benutzt ([58]). Aus diesem Grund wurden die Kurven mit (n, f) bezeichnet und mit Experimenten zur Spaltung mit thermischen Neutronen verglichen. Die beiden anderen Verteilungen wurden ohne Berücksichtigung der Temperatur berechnet, was mit (sf) für spontane Spaltung gekennzeichnet wurde.

Wie aus Abbildung 2.9 ersichtlich, ist die dort aufgezeigte Abhängigkeit der Massenausbeute von den kollektiven Massenparametern B von untergeordneter Bedeutung. Die kollektiven Massenparameter bestimmen kleine Details der Verteilungen. Den dominierenden Einfluß auf die Struktur der Spaltverteilungen hat jedoch das kollektive Potential. Deutlich erkennbar spiegelt sich der Einfluß der Schaleneffekte wider, der letztlich für die Form der Verteilungen verantwortlich ist. Den doppelt magischen Schalenabschluß des $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ Kerns, d.h. die $Z = 50$ und $N = 82$ Schale bewirkt den Übergang der asymmetrischen zur symmetrischen Spaltung.

Ein anderer, ebenso interessanter Aspekt der Actiniden-Spaltung ist der in Abbildung 2.9 sichtbare, stark asymmetrische Anteil. Die seitlichen Neben-Maxima in der Massenverteilung bei $\eta \simeq \pm 0.5$, die etwa 3 bis 4 Größenordnungen unterhalb der eigentlichen Maximas liegen, beruhen auf dem magischen Schalenabschluß der $Z = 28$ und $N = 50$ Schale.

Die bisher experimentell noch nicht gefundenen, stark asymmetrischen Anteile bilden eine natürliche Verbindung zu den im nächsten Kapitel behandelten Cluster-Radioaktivitäten. Wir können sie als Spaltereignisse mit einer noch höheren Massenasymmetrie ($\eta \simeq 0.8$) deuten.

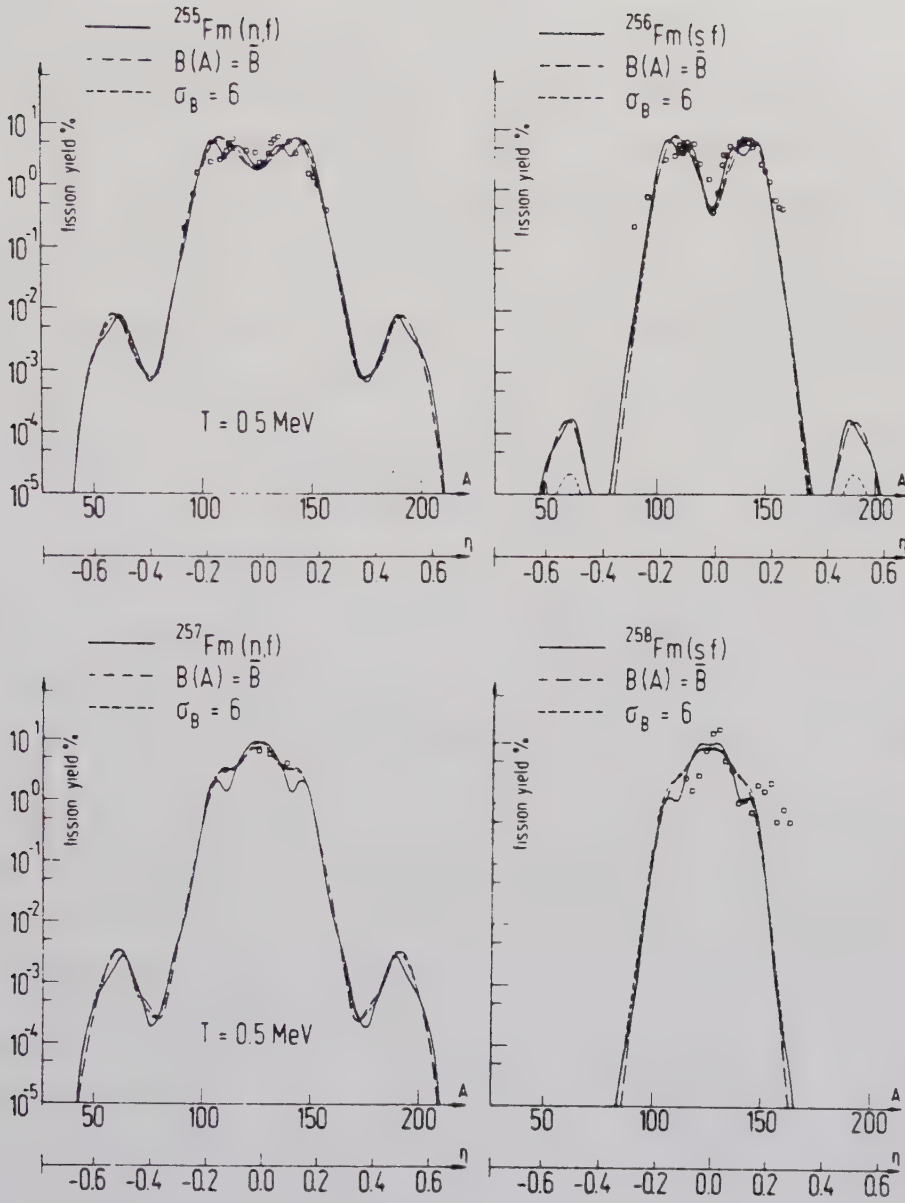


Abb. 2.9: Massenausbeuten für verschiedene Fm-Isotope. Durchgezogene Linien wurden mit der $B_{\eta\eta}(\eta)$ -Masse berechnet, während die strich-punktiierten Resultate zur gemittelten und die gestrichelten zur geglätteten Masse gehören (vgl. [52]).

2.3.2 Der Neck-Freiheitsgrad

In diesem Abschnitt wollen wir nun im Rahmen des asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodells eine Deutung der experimentell gemessenen Verteilungen der totalen kinetischen Energie der Fragmente und deren Massen vorstellen.

Betrachten wir als Beispiel das ^{258}Fm -System. Wie wir im letzten Abschnitt gesehen haben, weist der Kern eine symmetrische Massenverteilung auf. Der Schwerpunkt der Massenverteilung liegt bei $\eta = 0$, wie auch aus Abbildung 2.1 von Seite 6 ersichtlich ist. Daher kann bei den weiteren Überlegungen die Massenasymmetrie η als konstant angesehen werden. Bedingt durch den doppelt magischen Schalenabschluß des sphärischen $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ Kerns, der für den symmetrischen Aufbruch verantwortlich ist, sind damit im wesentlichen auch die Quadrupoldeformationen der Fragmente festgelegt ($\beta_1 = \beta_2 = 1$). Das Spaltproblem reduziert sich also auf eine zweidimensionale Betrachtung des Zentrenabstands R und des Neck-Freiheitsgrades ϵ .

Wie wir aus Abbildung 2.8 von Seite 13 erkennen, beschreibt der Neck-Freiheitsgrad ϵ für positive Werte das Einschnüren des Kerns bis hin zum Fall zweier getrennter Fragmente, die bei $\beta_1 = \beta_2 = 1$ für sehr große ϵ -Werte asymptotisch in zwei Halbkugeln übergehen. Für negative ϵ -Werte bekommt man prolate Kernformen mit höheren Multipolmomenten.

Aus den Betrachtungen im letzten Abschnitt geht hervor, daß das kollektive Potential bei der Beschreibung der Spaltung dominiert. Die Struktur im Potential spiegelt sich in den Observablen wider, so daß wir durch die Betrachtung des Potentials Rückschlüsse auf das Spaltgeschehen ziehen können. Ausgehend von dieser Überlegung wollen wir im folgenden auf die markanten Verteilungen der totalen kinetischen Energie der Fragmente eingehen, wie sie bei der bimodalen Spaltung gemessen wurden.

Wie aus Abbildung 2.3 von Seite 7 ersichtlich, kann man die TKE-Verteilung zerlegen in zwei Anteile, die jeweils durch eine Gaußverteilung charakterisiert sind. Die Schwerpunkte der Verteilungen liegen dabei ca. 35 bis 40 MeV auseinander.

Bei der Betrachtung des in Abbildung 2.10 dargestellten Liquid-Drop-Potentials E_{LDM} stellt man fest, daß es wegen der fehlenden Struktur im Potential nicht möglich ist, die gemessene TKE-Verteilung zu beschreiben. Einerseits wird der Grundzustand des Kerns wegen des fehlenden Minimums bei

kleinen R -Werten nicht reproduziert, andererseits ist durch die parabelförmige ϵ -Abhängigkeit nur ein einziger Zerfallskanal mit einer breiten TKE-Verteilung möglich. Die zum Definitionsbereich der Abbildung 2.10 gehörenden Kernformen sind aus Abbildung 2.8 von Seite 13 erkennbar. Die unterbrochene Linie in Abbildung 2.10 zeigt den Verlauf der Separationslinie, d.h. grenzt die beiden Gebiete mit zusammenhängenden bzw. getrennten Kernformen voneinander ab.

Die parabelförmige ϵ -Abhängigkeit des Liquid-Drop-Potentials wird in Abbildung 2.11 verdeutlicht. Dort sind Schnitte entlang ϵ für ausgewählte Zentrenabstände R gelegt. Das Wechselspiel zwischen Coulomb- und Oberflächenenergie bestimmt den Verlauf des Potentials, und wir erkennen bei $R = 12$ und 14 fm am Maximum den Spalt punkt.

Addiert man zu dem Liquid-Drop-Potential den nach Strutinsky berechneten Beitrag der Schalenkorrekturen δU , so erkennt man aus Abbildung 2.12 deutliche Strukturen in der Fläche. Neben dem Grundzustandsminimum bei $R \simeq 2.5$ fm taucht für größere Zentrenabstände bei negativen ϵ -Werten ein zusätzliches Maximum auf. Dieses Maximum bewirkt, daß dem zerfallenden Kern zwei, in der Abbildung angedeutete Spalt pfade offen stehen. Zwei mögliche Zwischenformen an der Barriere sind in der Abbildung eingezeichnet. Die beiden Spalt pfade führen, da sie die Potential-Energie-Fläche an zwei verschiedenen Spalt-Punkten verlassen, zu zwei unterschiedlichen Energien. Der Pfad, der am Punkt (A) spaltet, führt zu einer höheren kinetischen Energie als der zu (B) gehörende Pfad. Die Differenz kommt in erster Linie durch die unterschiedlichen Deformationen der Fragmente zustande. Die zwei spärlichen, sich berührenden Kerne im Ausgangskanal bei (A) werden stärker durch das Coulombpotential beschleunigt als die deformierte Konfiguration bei (B). Da der hochenergetische Beitrag fast an den Q -Wert der Reaktion heranreicht, haben wir damit ein klares Indiz, daß es sich bei der bimodalen Spaltung um einen Spaltprozeß handelt, der eine kalte Komponente enthält.

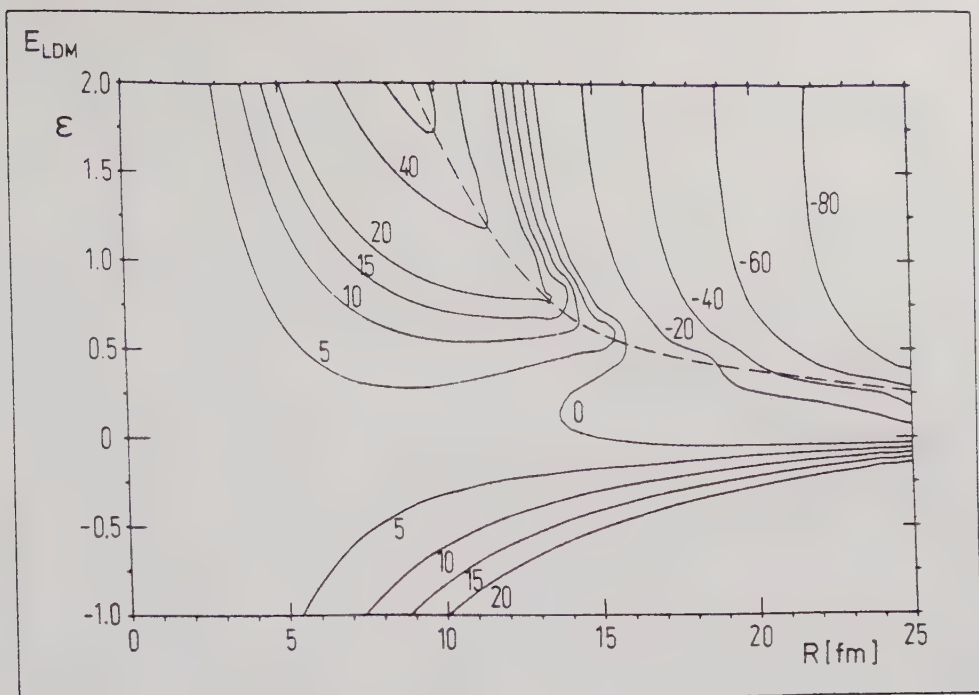
Die ϵ -Abhängigkeit des Gesamtpotentials ist nochmals getrennt in Abbildung 2.13 dargestellt. Deutlich erkennbar sind darauf die zu den beiden Spalt pfa den gehörenden Minima bei positiven und negativen ϵ -Werten. In dieser Abbildung ist der Beitrag der Paarkraftkorrektur, die eigentlich von untergeordneter Bedeutung ist, der Vollständigkeit wegen mit berücksichtigt worden.

Einen Eindruck über den Verlauf der Schalenkorrekturen δU und der Paar-

kraftkorrektur δP bekommt man aus den Abbildungen 2.14 und 2.15. Man sieht einerseits, daß die Paarkraftkorrektur einen geringeren Beitrag liefert als die Schalenkorrektur, andererseits haben beide Anteile dasselbe asymptotische Verhalten. Für größere Zentrenabstände R weisen sie nur eine ε -Abhängigkeit auf. Wir erkennen aus Abbildung 2.14 ferner die eigentliche Ursache für die bimodale Spaltung : Das um $R = 11$ fm und $\varepsilon = -0.25$ deutliche Maximum in den Schalenkorrekturen.

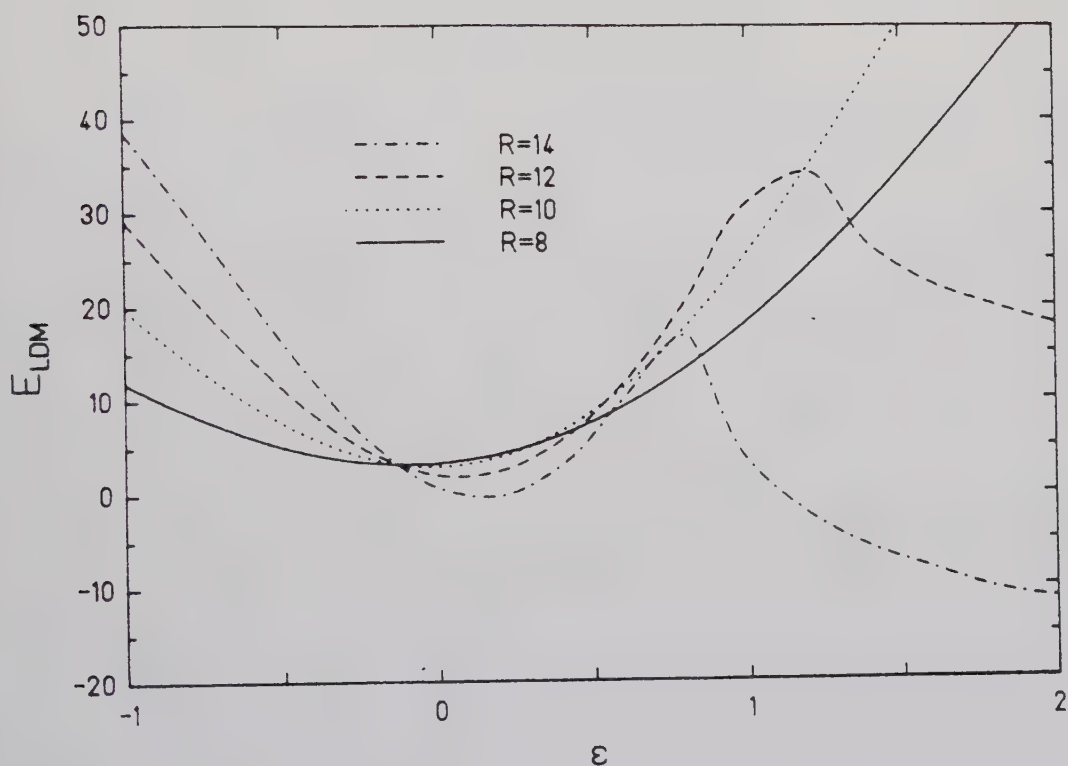
Wir wollen im folgenden auf die bei der bimodalen Spaltung gemessenen Massenverteilungen eingehen. Wie bereits in Abschnitt 2.1 bemerkt, kann man die Verteilung in zwei Beiträge aufteilen, eine schmale Verteilung, die zu dem hochenergetischen Kanal gehört, und einen breiten Anteil, der von dem niederenergetischen Zweig herrührt, wie aus Abbildung 2.4 von Seite 7 ersichtlich ist.

Aus den obigen Ausführungen in den TKE-Verteilungen geht hervor, daß das System an zwei Punkten in der R - ε -Ebene spaltet. Wir gingen bei unseren bisherigen Überlegungen davon aus, daß die Massenasymmetrie η festgehalten wird. Will man nun Aussagen über die Massenverteilung gewinnen, so muß man die η -Abhängigkeit des Potentials an diesen Punkten untersuchen. In Abbildung 2.16 ist diese Abhängigkeit dargestellt. Wir erkennen, daß das zu (A) gehörende Potential einen steileren Verlauf hat als das Potential bei (B). Da die Massenausbeute den Potentialverlauf widerspiegelt, haben wir damit eine natürliche Erklärung für die unterschiedlichen Breiten der Massenverteilungen der beiden Zerfallskanäle.



UFFmTP86-155

$^{258}\text{Fm} \quad (\eta = 0)$



UFFm TP88-339

Abb. 2.10: Verlauf der Liquid-Drop-Energie E_{LDM} für die symmetrische Spaltung von ^{258}Fm , dargestellt als Funktion von R und ϵ .

Abb. 2.11: E_{LDM} in Abhängigkeit vom Neck-Freiheitsgrad bei festen Zentrenabständen.

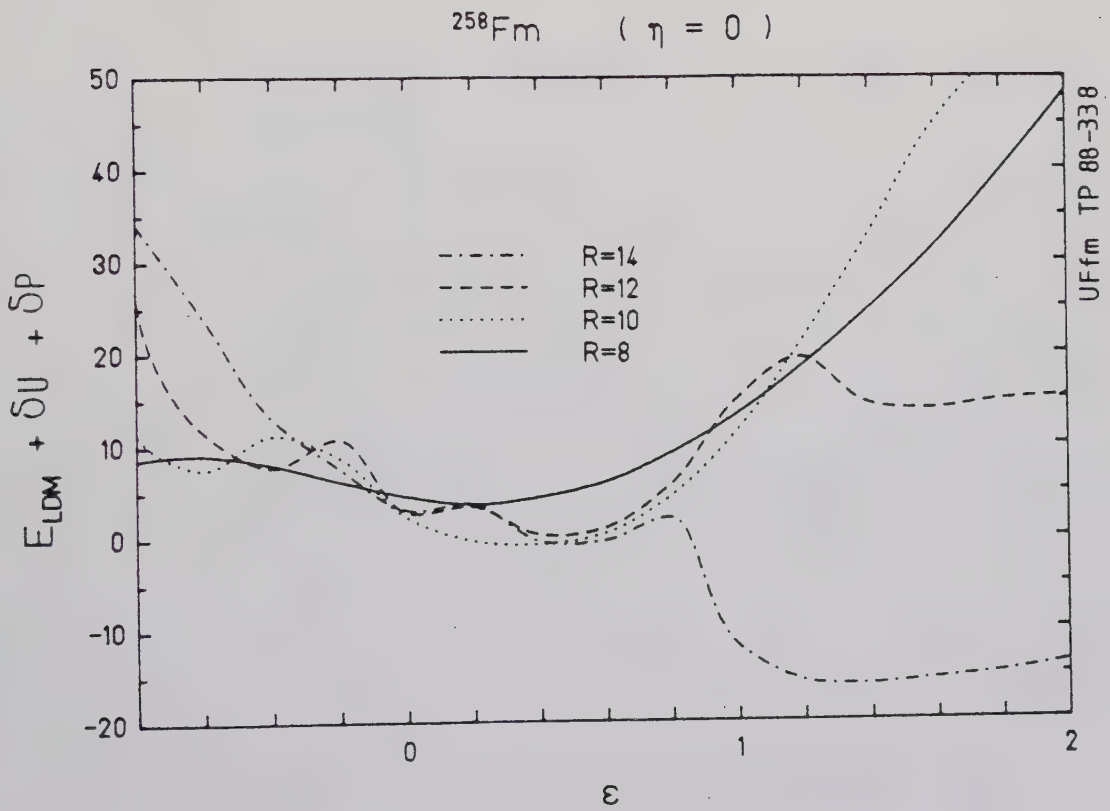
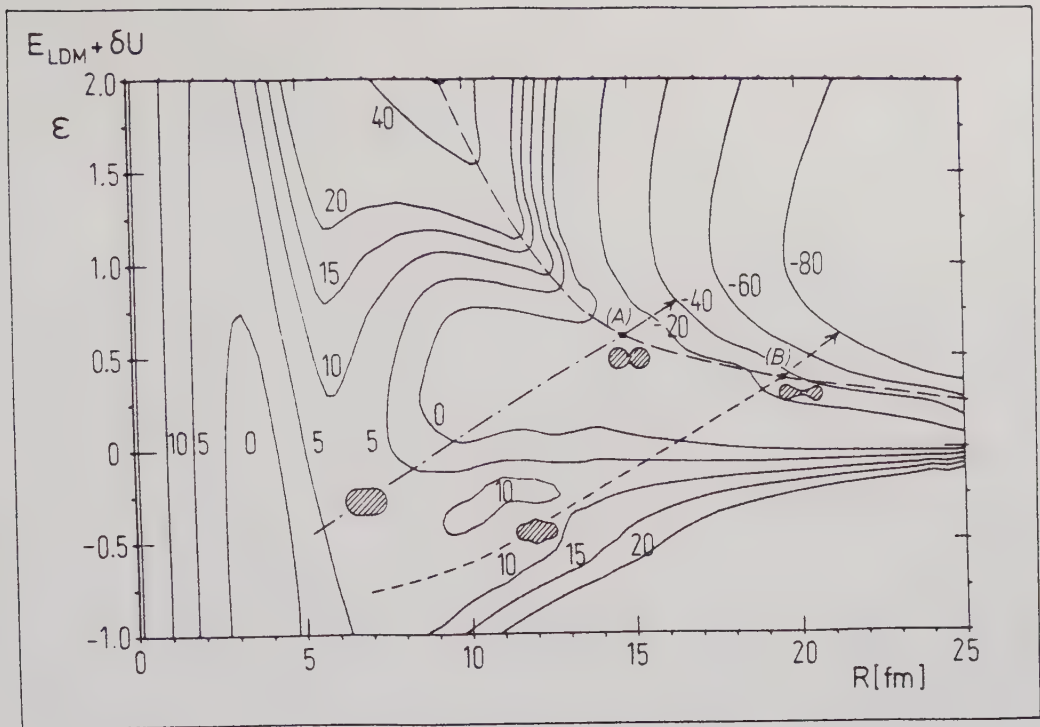
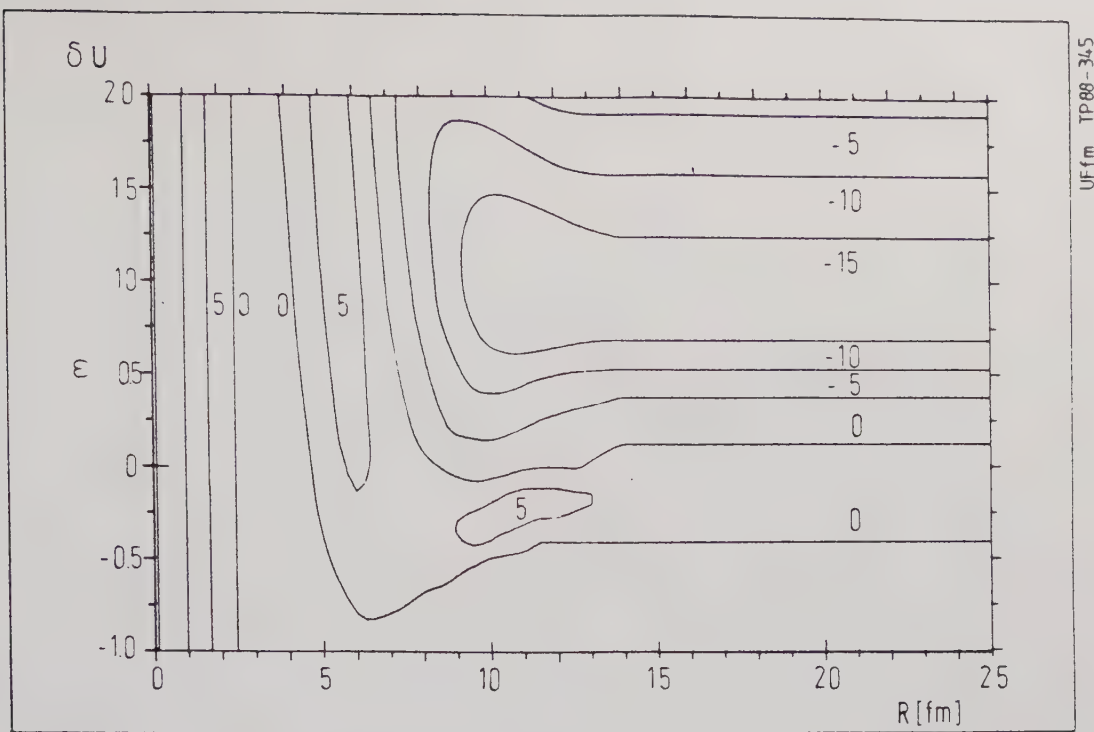
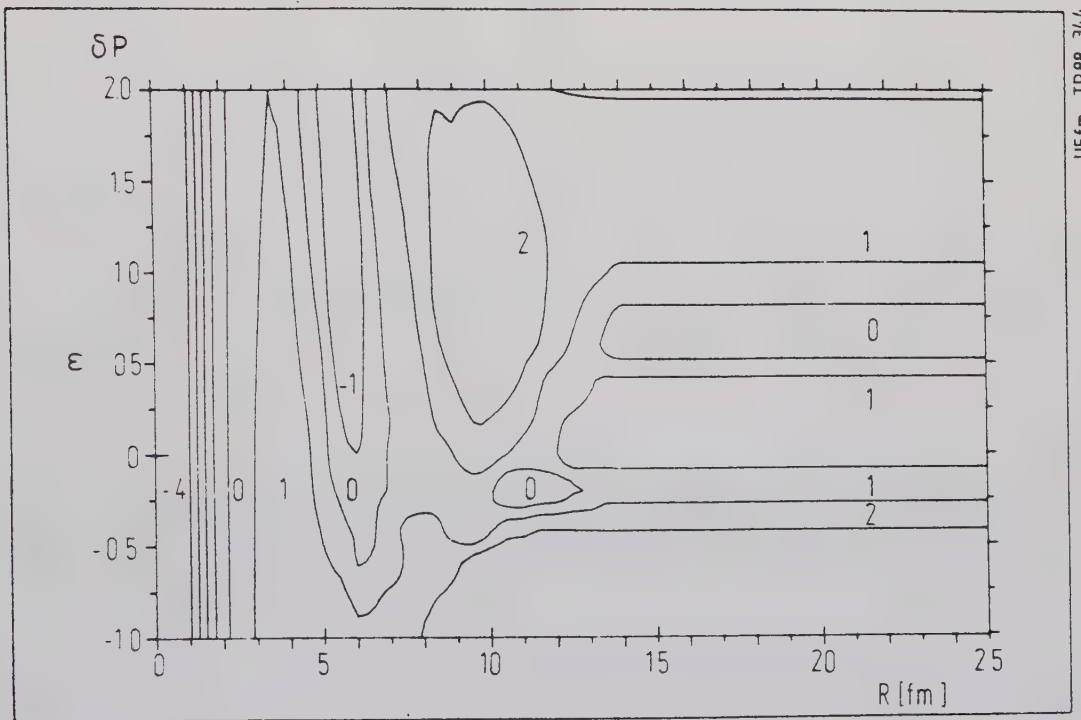


Abb. 2.12: Gesamtenergie ($E_{LDM} + \delta U$), dargestellt wie in Abb. 2.10.

Abb. 2.13: Gesamtenergie ($E_{LDM} + \delta U$), dargestellt wie in Abb. 2.11.



UF fm TP88-345



UF fm TP88-344

Abb. 2.14: Die Schalenkorrekturen δU , dargestellt wie in Abb. 2.10.

Abb. 2.15: Die Paarkraftkorrektur δP , dargestellt wie in Abb. 2.10.

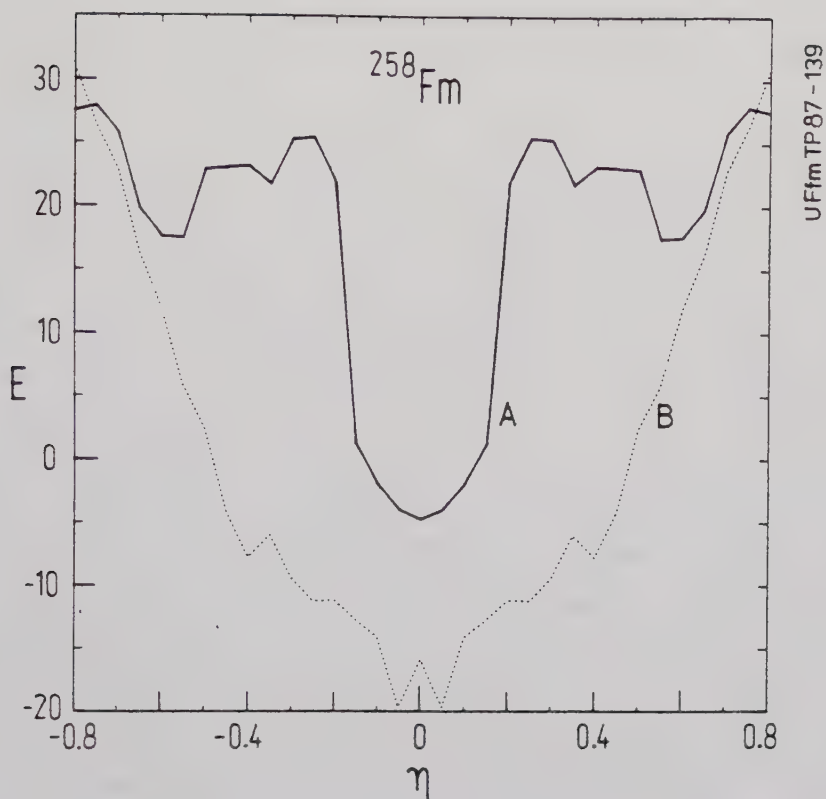


Abb. 2.16: Die Gesamtenergie in Abhängigkeit von der Massenasymmetrie an den Punkten (A),(B) aus Abb. 2.12. (A) entspricht zwei sphärischen Fragmenten, während bei (B) ein langer Neck ausgebildet ist.

2.3.3 Die Drei-Zentren-Deutung

Im letzten Abschnitt haben wir durch die explizite Behandlung des Zentrenabstands, sowie des Neck-Freiheitsgrades und der Massenasymmetrie eine Deutung der bimodalen Spaltung im Rahmen des asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodells gegeben. Wir haben dabei festgestellt, daß durch Schaleneffekte eine Struktur in der Potentialenergiefläche generiert wird, die dem Kern zwei Spaltkanäle öffnet.

In diesem Abschnitt wollen wir auf eine mögliche Verbindung zwischen der bimodalen Spaltung und der Dreifach-Spaltung eingehen (vgl. [61,62]). Wir wollen dabei versuchen, die Struktur in der Potentialenergiefläche in der Drei-Zentren-Darstellung zu deuten und so gleichzeitig einen Übergang von der Zwei- zur Drei-Zentren-Spaltung aufzeigen. Insbesondere im Hinblick auf die auftretenden Zwischenformen rundet die folgende Diskussion unsere Vorstellung von der bimodalen Spaltung ab.

Betrachten wir als erstes Abbildung 2.17, die schematisch den Zusammenhang zwischen einem negativen Neck-Parameter ε im asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodell mit einem positiven Neck-Parameter im asymmetrischen Drei-Zentren-Schalenmodell ([38]) darstellt. Abbildung (a) zeigt eine typische Kernform im ATCSM bei positivem ε . Die schraffierte Fläche deutet den Innenbereich zwischen den Zentren bei z_1 und z_2 an. Hält man die Kernlänge L fest und betrachtet den Grenzfall verschwindender Zentrenabstände $R = z_1 - z_2$, so erhält man, siehe Abbildung (b), eine Ein-Zentren-Konfiguration.

Wendet man die gleiche Vorschrift auf eine typische Drei-Zentren-Form mit positivem Neck an, wie sie in Abbildung (c) dargestellt ist, d.h. betrachtet man den Grenzfall verschwindender Zentrenabstände $\Delta z_A = z_A - z_1$ und $\Delta z_C = z_C - z_2$, so erhält man eine Zwei-Zentren-Form mit negativem Neck, siehe Abbildung (d). Diese einfache Vorschrift liefert uns also eine Verknüpfung zwischen Zwei- und Drei-Zentren-Konfigurationen und erlaubt somit, eine beliebige Zwei-Zentren-Konfiguration als Drei-Zentren-Konfiguration zu deuten.

In Analogie zur Massenasymmetrie η im Zwei-Zentren-Fall können wir eine Drei-Zentren-Massenasymmetrie η_3 definieren als das Verhältnis der mittleren Masse im Zentrum zur äußeren (z.B. linken) Masse, d.h.

$$\eta_3 = A_2/A_1 \quad . \quad (2.33)$$

In Abbildung 2.18 ist eine Kontur-Darstellung von η_3 in der L - ε -Ebene für den ^{264}Fm -Kern dargestellt. Die Gestalt der entsprechenden Kernformen entspricht etwa dem in Abbildung 2.8 von Seite 2.8 dargestellten Verlauf.

Betrachten wir nun die in der Tabelle 2.1 zusammengestellten magischen Drei-Zentren-Konfigurationen für ^{264}Fm . Wir stellen fest, daß im allgemeinen unterschiedliche Zweikörperzerfälle mit magischen Proton- bzw. Neutronenzahlen zu verschiedenen η_3 -Werten führen. In einigen Fällen beobachten wir jedoch eine Konzentration um bestimmte η_3 -Werte, die sich in einer Akkumulation der Schaleneffekte bei diesen η_3 -Werten widerspiegelt. So resultieren z.B. die magischen Zahlen $Z = 20, 40$ und $N = 28, 40$ in $\eta_3 \simeq 0.5$, und andere magische Schalenabschlüsse führen zu *magischen* η_3 -Werten $\eta_3 \simeq 1.3, 2, 6.4$.

Ein magisches η_3 in der L - ε -Ebene entspricht — bei zusammenhängenden Kernformen — einer magischen Drei-Zentren-Konfiguration, die ein entsprechendes Minimum in der Potentialenergiefläche erzeugt, siehe Abbildung 2.19 für ^{254}Fm . Das Potential-Maximum bei negativen ε -Werten liegt dabei, vgl. Abbildung 2.18, zwischen den magischen η_3 -Linien bei 1.3 und 2. Diese Linien stellen also die möglichen Spaltpfade dar und geben uns somit einen anderen Zugang zu dem bei ^{258}Fm vorgestellten, bimodalen Reaktionsmechanismus. Wir erkennen in Abbildung 2.19 ferner, daß sogar die Grundzustandseigenschaften bei $\eta_3 \simeq 0.5$ überraschend gut wiedergegeben werden.

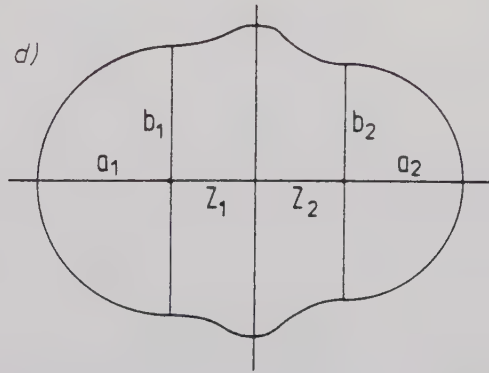
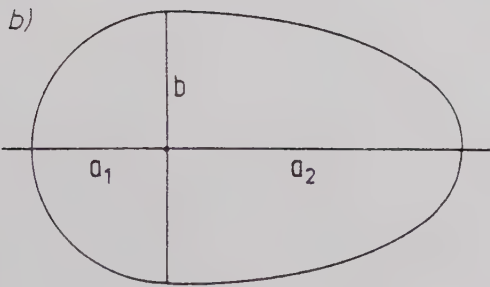
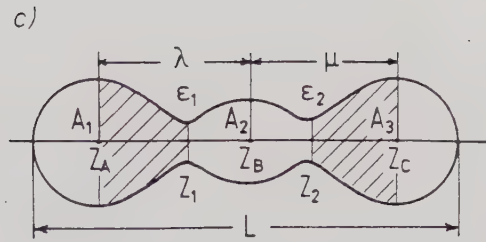
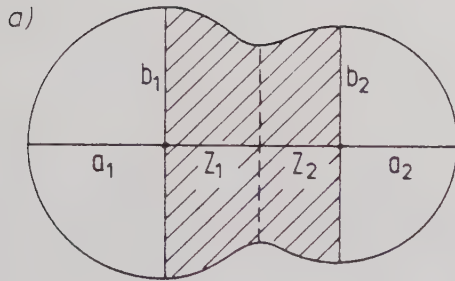
Wir können also feststellen, daß diese Interpretation eine Verbindung zwischen der binären und ternären Spaltung herstellt, und uns somit einen tieferen Einblick in das Spaltverhalten schwerer Kerne erlaubt.

Ein weiterer Hinweis in diese Richtung ist aus Abbildung 2.20 erkennbar : Ein drittes Minimum, das zu einem Dreikörperzerfall mit $Z = 82$ und $N = 126, 20$ gehört, erscheint zusätzlich zu den bereits bekannten Minima bei ($Z = 28, 40$, $N = 50$) und ($Z = 50$, $N = 82, 40$). Dieses dritte Minimum öffnet also einen weiteren, in einen Dreikörperaufbruch mündenden Spaltpfad. Der bisher nicht vermessene ^{264}Fm -Kern bietet somit die Möglichkeit, sowohl die binäre als auch die ternäre Spaltung zu untersuchen.

Abschließend sei an dieser Stelle bemerkt, daß die Entdeckung des bimodalen Zerfalls in der Literatur eine rege Aktivität auslöste ([63-66]). Die dort vorgestellten Interpretationen unterscheiden sich jedoch nicht prinzipiell von unserer Deutung, so daß wir an dieser Stelle auf deren Darstellung verzichten.

Protonen :			η_3
magischer	äußerer	Kern	
50		50	0.00
40	20	40	0.50
28	44	28	1.57
20	60	20	3.00
magischer	innerer	Kern	
9	82	9	9.11
25	50	25	2.00
30	40	30	1.33
36	28	36	0.77
40	20	40	0.50
Neutronen :			η_3
magischer	äußerer	Kern	
82		82	0.00
50	64	50	1.28
40	84	40	2.10
28	108	28	3.85
20	124	20	6.20
magischer	innerer	Kern	
19	126	19	6.63
41	82	41	2.00
57	50	57	0.87
62	40	62	0.64
68	28	68	0.41
72	20	72	0.27
Vorhersagen starker Schaleneffekte :			
η_3	Z	N	
0.5	20.40	28.40	
1.3	28.40	50	
2.0	50	40.82	
6.4	82	29.126	

Tab. 2.1: Magische Drei-Zentren-Konfigurationen und die Massenasymmetrie η_3 für ^{264}Fm



U Ffm TP 87 - 138

Abb. 2.17 : Kernformen im asymmetrischen Zwei- (a), bzw. Drei-Zentren-Schalenmodell (c), dargestellt zusammen mit den Grenzfällen einer Ein-Zentren-Form (b), sowie einer Zwei-Zentren-Konfiguration mit negativem Neck (d).

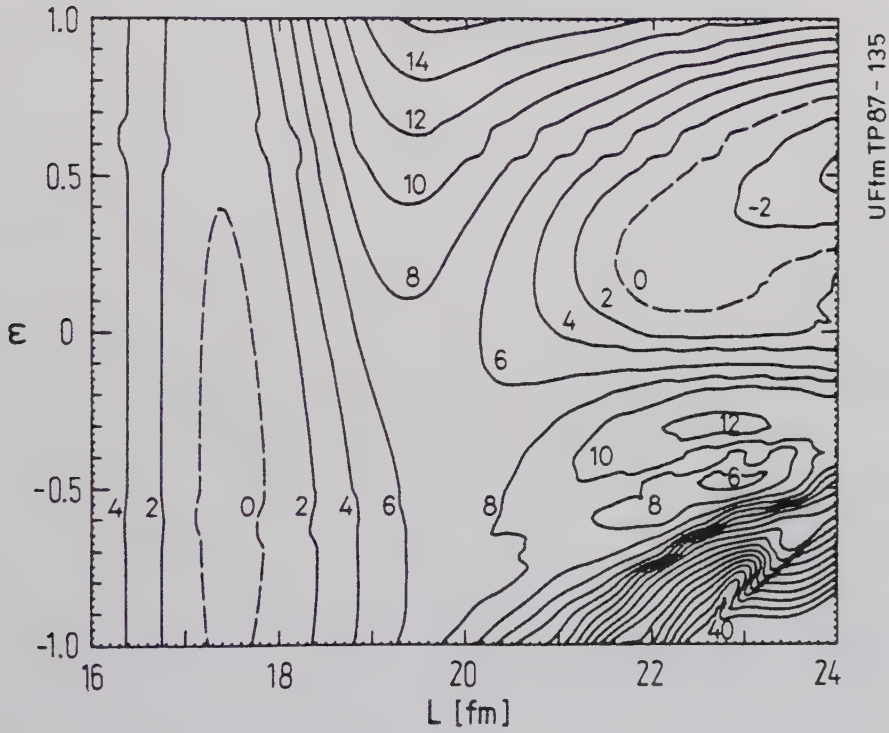
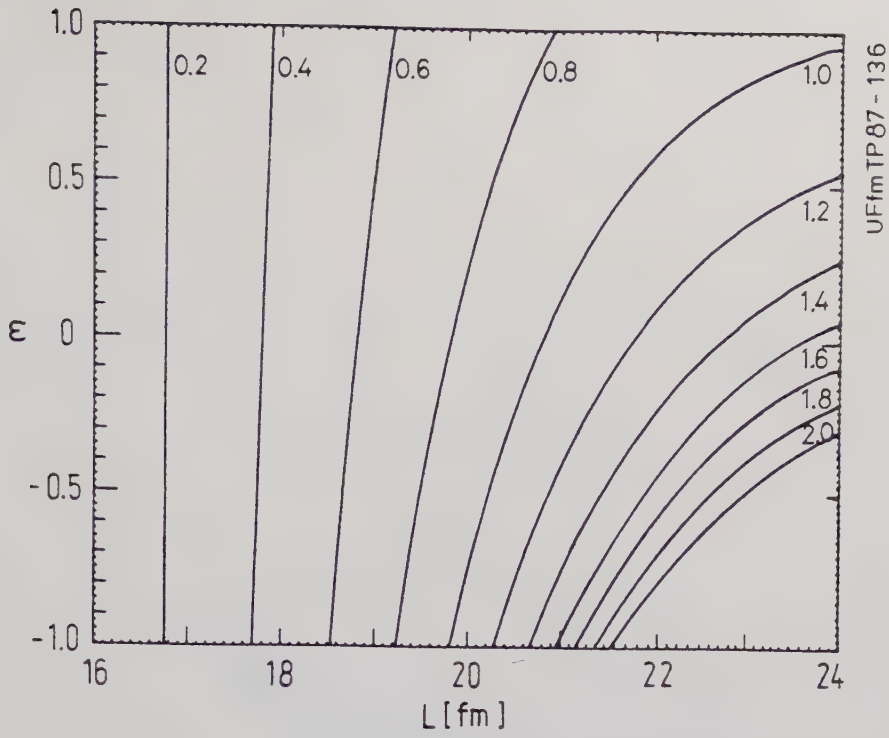


Abb. 2.18: Kontur-Diagramm der Drei-Zentren-Massenasymmetrie $\eta_3(L, \varepsilon)$, aufgetragen für symmetrische Zwei-Zentren-Konfigurationen von ^{264}Fm . Kernformen analog zur Abb. 2.8.

Abb. 2.19: Gesamtenergie von ^{264}Fm , dargestellt als Kontur-Plott in der L - ε -Ebene. Parameter wie in Abb. 2.18.

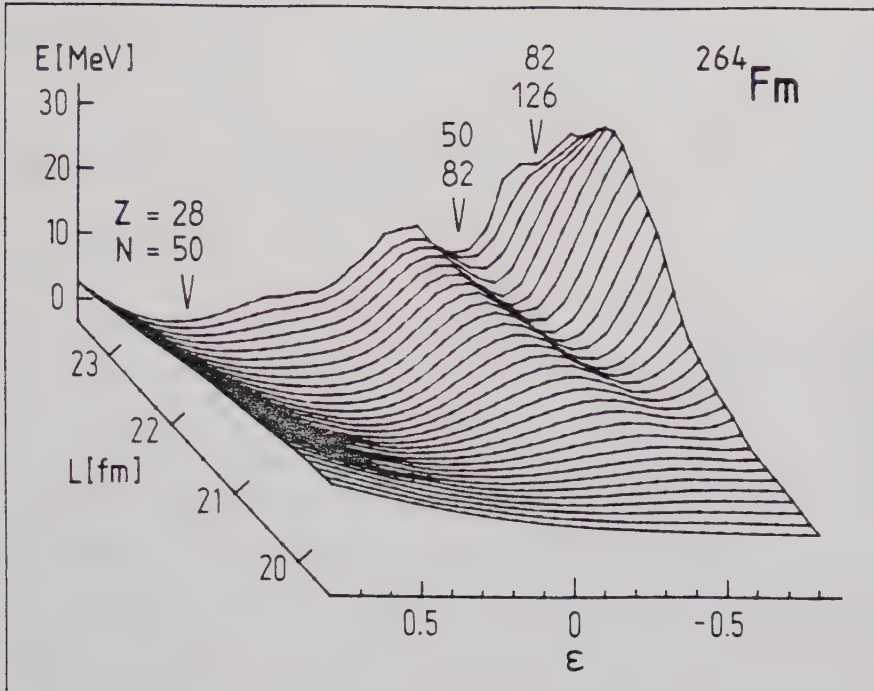


Abb. 2.20: Dreidimensionale Darstellung von Abb. 2.19. Die magischen Schalenabschlüsse sind bei den resultierenden Minimas eingetragen.

Kapitel 3

Die asymmetrische Spaltung

Im letzten Kapitel haben wir uns ausführlich mit der symmetrischen Spaltung schwerer Actinide beschäftigt. Wir stellten fest, daß der Neck-Freiheitsgrad eine besondere Rolle bei der bimodalen Spaltung spielt. Dabei konnte das komplexe Spaltproblem auf eine zweidimensionale Behandlung des Zentrenabstands R und der Neck-Koordinate ϵ reduziert werden, und mit Hilfe der Schalenkorrekturen wurden im Rahmen des ATCSM die gemessenen Verteilungen der totalen kinetischen Energien der Fragmente erklärt. Durch Berücksichtigung der Massenasymmetrie η waren wir außerdem in der Lage, die beobachteten Breiten der Massenausbeuten zu beschreiben. Es ist uns ferner durch eine Verknüpfung des asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodells mit der Drei-Zentren-Erweiterung gelungen, eine plausible Deutung der Schalenkorrekturen anzugeben. Wir können also feststellen, daß die bimodale Spaltung nicht nur ein Beispiel für einen kalten Spaltprozess darstellt, sondern auch in engem Zusammenhang mit Dreikörperaufbrüchen zu sehen ist.

In diesem Kapitel wollen wir uns nun der asymmetrischen Spaltung zuwenden. Den Ausgangspunkt der Überlegungen bilden die jüngsten Messungen der sogenannten Cluster- bzw. magischen Radioaktivitäten in der Ra-U-Gegend. Der ersten Messung des ^{223}Ra -Zerfalls in ^{14}C und ^{209}Pb folgte eine Reihe weiterer Beobachtungen, bei denen der Mutterkern ein leichtes Fragment (^{14}C , $^{24,26}\text{Ne}$ oder ^{28}Mg) emittiert und der schwere Reaktionspartner ein Nachbarkern des doppelt magischen $^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$ ist.

In Tabelle 3.1 sind alle bisher gemessenen Radioaktivitäten gegenübergestellt. Besonders erwähnenswert ist dabei der ^{234}U -Kern, bei dem zwei Reak-

$^{222}\text{Ra} \longrightarrow ^{14}\text{C} + ^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$
$^{223}\text{Ra} \longrightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}_{82}\text{Pb}_{127}$
$^{224}\text{Ra} \longrightarrow ^{14}\text{C} + ^{210}_{82}\text{Pb}_{128}$
$^{226}\text{Ra} \longrightarrow ^{14}\text{C} + ^{212}_{82}\text{Pb}_{130}$
$^{231}\text{Pa} \longrightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{207}_{81}\text{Tl}_{126}$
$^{232}\text{U} \longrightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$
$^{234}\text{U} \longrightarrow ^{24,26}\text{Ne} + ^{210,208}_{82}\text{Pb}$
$^{234}\text{U} \longrightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{206}_{80}\text{Hg}_{126}$

Tab. 3.1: Zusammenstellung bisher nachgewiesener Cluster-Radioaktivitäten

tionskanäle nachgewiesen werden konnten. Zum einen der Zerfall in Ne, wobei der Isotop nicht eindeutig identifiziert werden konnte (^{24}Ne oder ^{26}Ne), zum anderen beobachtete man die Emmision von ^{28}Mg .

Wir interpretieren diese Messungen als stark asymmetrische Zerfälle, die durch den doppelt magischen Schalenabschluß bei $Z = 82$ und $N = 126$ dominiert werden.

Im folgenden gehen wir auf die Problematik bei der Beschreibung der stark asymmetrischen Spaltung im Rahmen des ATCSM ein und stellen ein neues Modell vor, das in der Lage ist, auch diese Prozesse darzustellen. Dabei zeigt sich, daß neben der Massen- und der Ladungsasymmetrie auch hier dem Neck-Freiheitsgrad eine besondere Bedeutung zukommt.

Auf den Einfluß der Ladungsasymmetrie gehen wir gesondert noch einmal bei der Betrachtung der kalten Spaltung ein und geben in diesem Zusammenhang eine vereinheitlichende Deutung an.

3.1 Die Problematik der stark asymmetrischen Spaltung

Die Bedeutung der Asymmetrie bei der Untersuchung der Kernspaltung ist bereits im letzten Kapitel hervorgehoben worden. Am Beispiel der Fm-Isotope haben wir gesehen, daß durch den Einfluß von Schalenkorrekturen ein Übergang von asymmetrischer zu symmetrischer Spaltung stattfindet.

Wir haben ferner beobachtet, daß die Massenverteilung neben den asymmetrischen Haupt-Maxima bei geringen Asymmetrien auch Beiträge bei höheren Asymmetrien hat. Diese seitlichen Neben-Maxima bei $\eta \simeq \pm 0.5$ beruhen ebenfalls auf dem Einfluß magischer Schalenabschlüsse, hier der $Z = 28$ und $N = 50$ Schale.

Eine naheliegende Frage ist die nach der Existenz weiterer Neben-Maxima, die zu anderen magischen Schalenabschlüssen mit einer noch höheren Asymmetrie gehören. D.h. es stellt sich die Frage nach Neben-Maxima, die an den α -Zerfall angrenzen.

Erste Untersuchungen zu diesem Thema gehen zurück auf Sandulescu und Greiner (vgl. [67]), die auf diese prinzipielle Möglichkeit hingewiesen haben. Detaillierte Vorhersagen später gemessener Verteilungen sind in [68] enthalten. Wir wollen im folgenden auf die grundsätzlichen Probleme bei der Beschreibung der stark asymmetrischen Spaltung eingehen, um anschließend ein Modell, das das Phänomen der Spaltung vereinheitlicht darstellt, vorzustellen.

Das asymmetrische Zwei-Zentren-Schalenmodell, das zur Beschreibung von Spaltphänomenen insbesondere bei der asymmetrischen Spaltung konzipiert wurde, erweist sich bei der Darstellung der stark asymmetrischen Spaltung als problematisch. Wie aus den folgenden Überlegungen ersichtlich ist, liegt die Ursache dafür in der gewählten Kernparametrisierung, d.h. im Ansatz für das Einteilchenpotential, das die zugehörigen Kernformen generiert.

In Abbildung 3.1 sehen wir als Beispiel einen Ausschnitt aus der Familie möglicher Kernformen für den Zerfall von ^{232}U in ^{24}Ne und ^{208}Pb . Dargestellt ist die R - ϵ -Ebene, d.h. der Zentrenabstand R und die Neck-Koordinate ϵ werden variiert bei vorgegebener Massenasymmetrie und festgehaltenen Quadrupoldeformationen ($\beta_1 = \beta_2 = 1$).

Wir sehen, daß für kleine Zentrenabstände die Konfigurationen unrealisti-

sche Formen einnehmen. So haben wir z.B. für $R = 0$ den Spezialfall zweier Halbkugeln, die aneinander haften. Bei größeren Zentrenabständen entsprechen die Kernformen dem erwarteten Verlauf eines fragmentierenden Kerns.

Das Einteilchenpotential im ATCSM, siehe Abbildung 2.6 von Seite 12, verbindet zwei im allgemeinen deformierte Oszillatoren. Dabei bleibt die Oszillator-Form im Außenbereich, d.h. für $|z| \geq |z_1|$, erhalten, während im Innenbereich durch einen Polynomansatz interpoliert wird. Verschwindet nun der Zentrenabstand, so hat man bei Asymmetrie zwei Oszillator-Hälften mit unterschiedlichen Frequenzen. Die Kernformen, die durch die Bedingung der Oberflächen-Volumenerhaltung aus dem Einteilchenpotential bestimmt werden, haben damit die in Abbildung 3.1 dargestellte Form zweier verbundener Halbkugeln.

Wie ungünstig die Kernparametrisierung ist, folgt aus dem in Abbildung 3.2 dargestellten Verlauf des Liquid-Drop-Potentials E_{LDM} . Für die zur Abbildung 3.1 gehörenden Parameter ist dort das Potential als Funktion des Zentrenabstandes aufgetragen. Die Problematik des Modells für kleine Zentrenabstände spiegelt sich im Maximum bei $R = 0$ wider : Durch den hohen Beitrag des Oberflächenterms wird ein Maximum erzeugt, welches diese Konfigurationen benachteiligt.

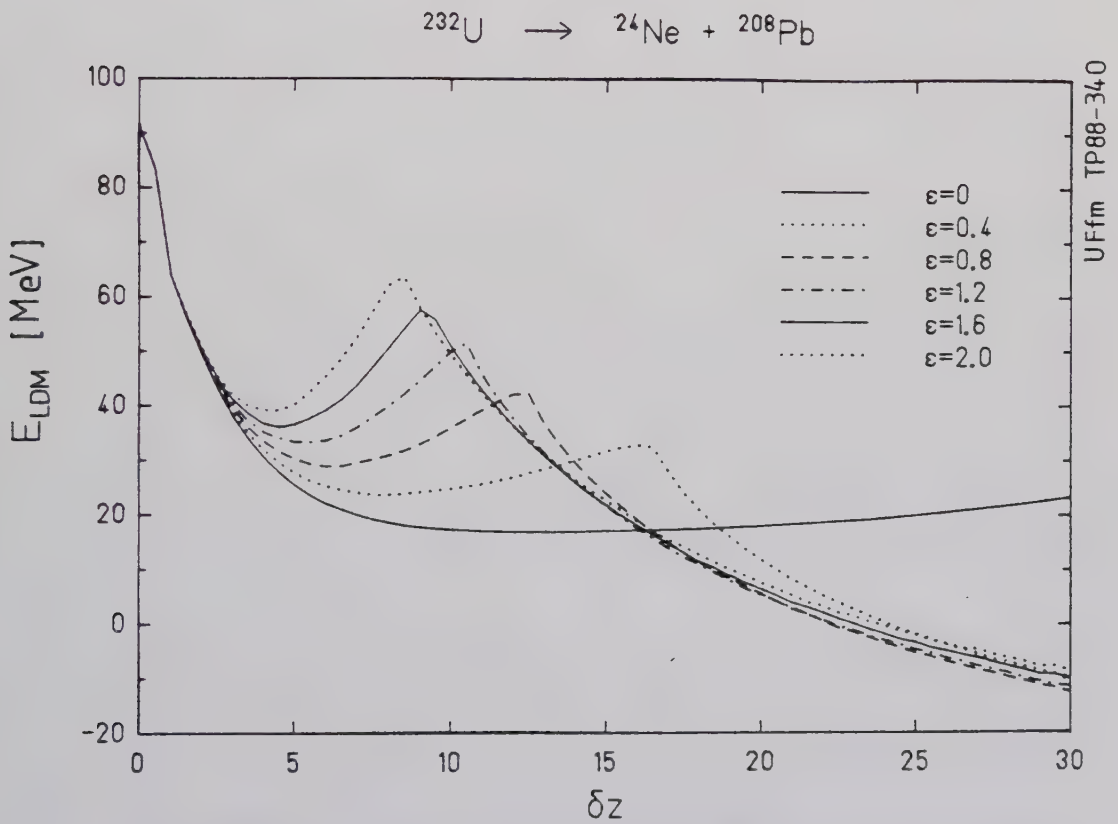
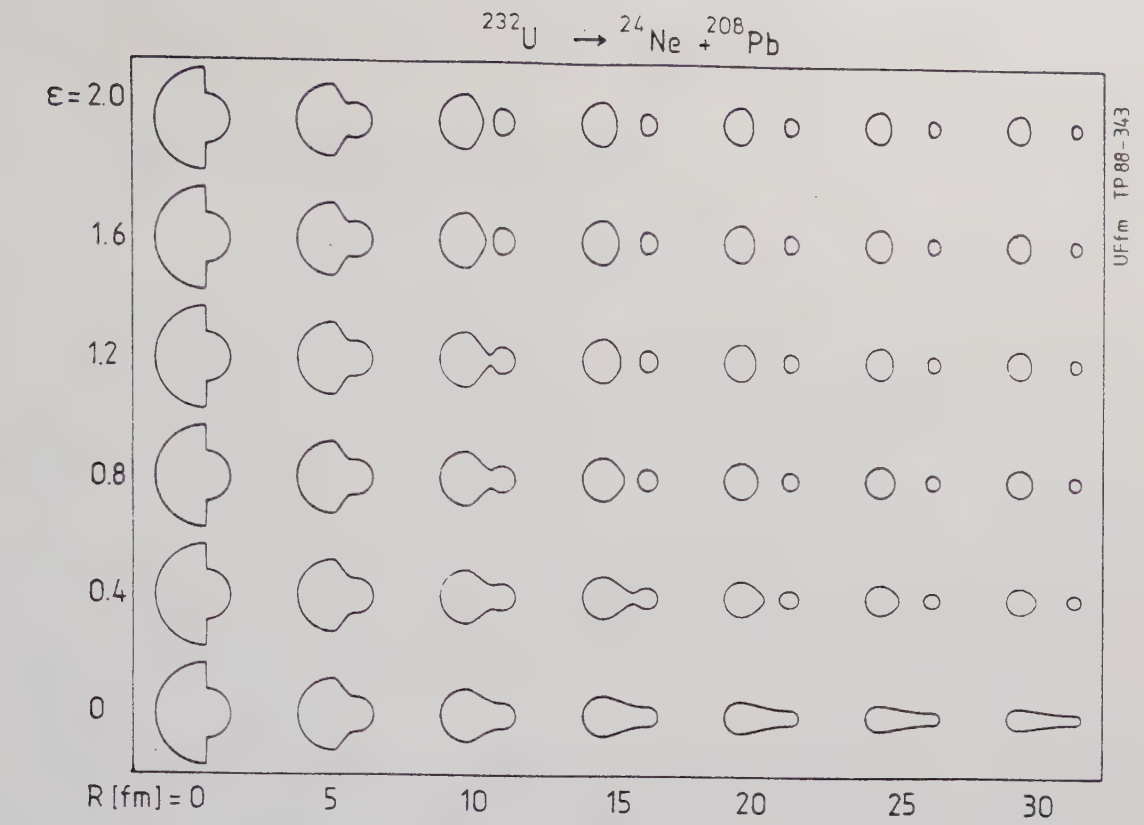


Abb. 3.1 : Darstellung der Kernformen aus der R - ϵ -Ebene für den Zerfall $^{232}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$.

Abb. 3.2 : E_{LDM} in Abhängigkeit vom Zentrenabstand bei festen Neck-Werten. Parameter wie in Abb. 3.1.

3.2 Das Drei-Kugel-Modell

3.2.1 Die Parametrisierung

Wir wollen in diesem Abschnitt ein Modell vorstellen, das einerseits die Probleme des ATCSM vermeidet, andererseits aber das bewährte Konzept eines kollektiven Zwei-Zentren-Modells beibehält.

Aus den Überlegungen im letzten Abschnitt geht hervor, daß ein wesentliches Kriterium für die Anwendbarkeit eines Modells auf die stark asymmetrische Spaltung die Beschreibung der dabei auftretenden Kernformen ist. Wir gehen deshalb im folgenden detailliert auf die neue Parametrisierung ein, um danach das Potential vorzustellen.

Die Wahl der kollektiven Koordinaten des neuen Modells erfolgt in enger Anlehnung an das ATCSM. Neben dem Zentrenabstand, der Massen- und der Ladungsasymmetrie charakterisiert der Neck-Freiheitsgrad auch hier die Vielfalt möglicher Konfigurationen. Wir verzichten in dieser Arbeit auf die Behandlung der Quadrupolmomente der Fragmente und konzentrieren uns auf die Untersuchung der erwähnten Freiheitsgrade. Eine Verallgemeinerung des Konfigurationsraumes ist jedoch ohne weiteres sehr leicht möglich.

Die Grundidee der Parametrisierung ist in Abbildung 3.3 verdeutlicht. Zwei mögliche Kernformen sind darin abgebildet, die exemplarisch für die möglichen Zwischenformen stehen. Wir erkennen sofort die Konstruktionsvorschrift des Modells: Eine beliebige Kernform ist gegeben durch zwei sphärische Fragmente mit dem Zentrenabstand $\delta z = z_2 - z_1$, die "glatt" durch ein Neck mit der Krümmung $c_3 = 1/r_3$ verbunden sind. Dabei entspricht r_3 dem Radius der "abrollenden" Kugel, r_1 und r_2 sind die Radien der sphärischen Fragmente. Wie beim ATCSM setzen wir auch hier die Axialsymmetrie voraus, was durch das "Abrollen" umschrieben ist.

Das Analogon zum Neck-Parameter ε des ATCSM stellt die Größe c_3 dar. Ähnlich wie ε beschreibt c_3 für positive Werte das Einschnüren des Kerns (obere Figur) während negative Werte zu prolaten, ellipsoidal deformierten Konfigurationen führen (untere Figur).

Die soeben beschriebene Parametrisierung der Kernformen des Drei-Kugel-

Modells (DKM) läßt sich in geschlossener Form in Zylinder-Koordinaten darstellen. Für die Oberfläche des Kerns gilt allgemein

$$\rho(z) = \begin{cases} \sqrt{r_1^2 - (z - z_1)^2} & , \text{ falls } z \leq z_{C1} , \\ \rho_3 - s_3 \sqrt{r_3^2 - (z - z_3)^2} & , \text{ falls } z_{C1} \leq z \leq z_{C2} , \\ \sqrt{r_2^2 - (z - z_2)^2} & , \text{ falls } z_{C2} \leq z , \end{cases} \quad (3.1)$$

dabei ist s_3 definiert als

$$s_3 = \begin{cases} +1 & , \text{ falls } \rho_3 > 0 , \\ -1 & , \text{ falls } \rho_3 < 0 , \end{cases} \quad (3.2)$$

d.h. s_3 gibt das Vorzeichen von ρ_3 mit (ρ_3, z_3) als Koordinaten der "abrollenden" Kugel an. Bei konkaven Formen (obere Figur) ist ρ_3 positiv, für den konvexen Fall (untere Figur) ist es negativ. Damit beinhaltet s_3 also auch das Vorzeichen des Neck-Freiheitsgrades.

Die Größen z_{C1} und z_{C2} in Gleichung (3.1) entsprechen den Nahtstellen am Übergang der Fragmente zum Neck. Sie ergeben sich aus der Forderung nach Stetigkeit und Differenzierbarkeit der Parametrisierung. Auf die Ableitung der einfachen Beziehungen wollen wir hier verzichten.

Im weiteren Verlauf wollen wir etwas detaillierter auf das Modell eingehen. Wir betrachten dazu Abbildung 3.4, in der einige kennzeichnende Größen des Modells normiert als Funktion des Zentrenabstandes aufgetragen sind. Zur Veranschaulichung der geometrischen Situation sind im unteren Teil ausgewählte Kernformen dargestellt, die zu bestimmten Zentrenabständen (δz_H , δz_V , δz_S und δz_F) gehören, auf die wir noch eingehen werden.

Betrachten wir als erstes die Massenasymmetrie η_A . Für kleine Zentrenabstände bis $\delta z = \delta z_B$ nimmt sie den Wert 1 an. Die zugehörigen Konfigurationen entsprechen dem sphärischen Ausgangszustand mit einem zweiten "imaginären" Fragment, das sich noch vollständig innerhalb des Mutterkerns befindet. Die zugrundeliegende Idee basiert auf der Vorstellung eines präformierten Fragments, das im Verlauf der Deformation aus dem Mutterkern abspaltet.

Der zweite Reaktionspartner beginnt sich für Zentrenabstände größer als δz_B abzuzeichnen. Mit zunehmendem Volumen V_2 des zweiten Fragments fällt die Massenasymmetrie η_A bis sie schließlich den für den Reaktionskanal asymptotischen Wert η_A^f annimmt. Wir wählen aus diesem Grunde als kollektive

Koordinate nicht η_A sondern die Größe η_A^f , die definiert ist durch

$$\eta_A^f = \frac{A_1^f - A_2^f}{A_1^f + A_2^f} \quad (3.3)$$

A_1^f und A_2^f geben hier die asymptotischen Massen der Reaktionspartner im Ausgangskanal an.

Die Definition der Massenasymmetrie η_A ist prinzipiell mit einer gewissen Willkür verbunden. Erst für getrennte Fragmente ist deren Masse eindeutig bestimmt. Bei zusammenhängenden Kernformen, insbesondere jedoch in der Ausgangsphase für kleine Zentrenabstände, erhebt sich die Frage nach der Identifikation der Fragmente.

Bei der Betrachtung der Kernparametrisierung bei kleinen Zentrenabständen stellt man fest, daß nur die Nahtstellen z_{C1} und z_{C2} am Übergang der Fragmente zum Neck eine Sonderstellung einnehmen. Wir wählen z_{C2} als Position der definierenden Trennebene der Fragmente, da in diesem Bereich im wesentlichen nur von Ein-Zentren-Formen gesprochen werden kann. Das Volumen des zweiten Fragments V_2 ist damit gegeben durch ein Kugelsegment und wächst mit δz .

Bei $\delta z = \delta z_H$ erreicht V_2 die Hälfte des Volumens im Ausgangskanal und die Kernparametrisierung weist einen Sattelpunkt auf (siehe Abbildung 3.4). Für größere Zentrenabstände wird dieser Sattelpunkt zu einem Minimum in der Parametrisierung und definiert so auf eine natürliche Art die Trennebene, d.h. die einzelnen Fragmente. Das zweite Fragment bekommt damit einen zusätzlichen Neck-Beitrag zum Volumen, der am Verlauf von V_2 in Abbildung 3.4 sichtbar ist. Das Volumen V_2 wächst mit größer werdendem Zentrenabstand an bis es schließlich bei $\delta z = \delta z_V$ das endgültige Volumen einnimmt.

Wegen der Bedingung der Volumenerhaltung folgt aus dem steten Anstieg des Volumens V_2 des emittierten Fragments eine Reduktion des Volumens des ersten Fragments. Sichtbar wird sie am Verlauf des Radius r_1 des ersten Fragments, der mit wachsendem δz abnimmt. Der Radius r_2 bleibt dabei konstant.

Würde man den Kern weiter deformieren und dabei den Radius des zweiten Fragments weiterhin festhalten, so würde sich auch, wie bisher, das Volumen V_2 weiter ändern. Dies hätte zur Folge, daß am Spalt punkt bei $\delta z = \delta z_S$ das Volumen V_2 nicht dem asymptotischen Volumen entsprechen würde.

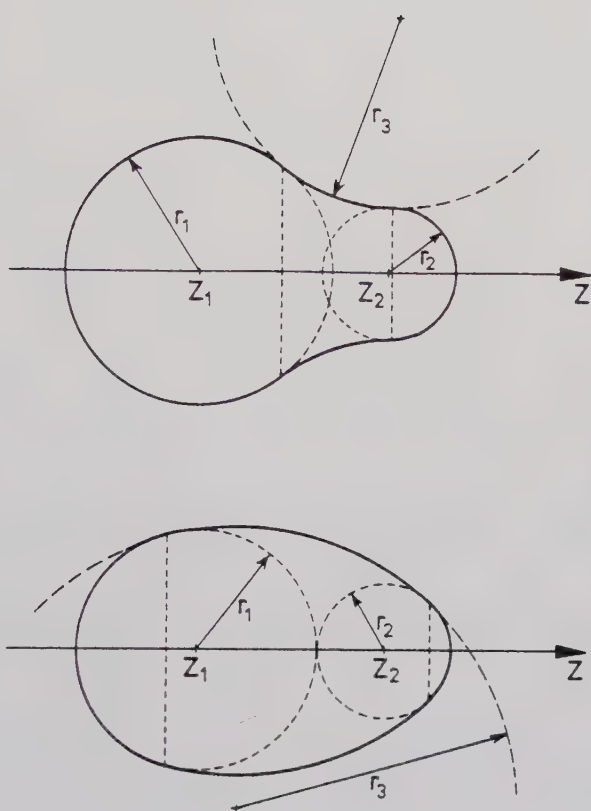
Um dieses Problem zu umgehen, machen wir die Annahme, daß für Zentrenabstände größer als δz_V das Volumen V_2 den asymptotischen Wert beibehält. Der Radius r_2 bleibt damit nicht mehr konstant, sondern ändert sich mit dem Zentrenabstand. Erst ab einem δz , das der Konfiguration zweier getrennter, sphärischer Fragmente entspricht, d.h. für $\delta z = \delta z_F$, ist r_2 wieder konstant (vgl. Abbildung 3.4).

Aufgrund dieser Forderung, die zusätzlich zu der Bedingung der Volumenerhaltung hinzukommt, nimmt die Massenasymmetrie für Zentrenabstände ab $\delta z = \delta z_V$ den asymptotischen Wert η_A^f an. Wir wollen im folgenden η_A^f als den neuen Massenasymmetrie-Freiheitsgrad bezeichnen.

Die bereits erwähnte Problematik der eindeutigen Definition der Fragmente begegnet uns wiederholt bei der Einführung der Ladungasymmetrie. In Analogie zur Massenasymmetrie definieren wir die Ladungasymmetrie ebenfalls asymptotisch, d.h.

$$\eta_Z^f = \frac{Z_1^f - Z_2^f}{Z_1^f + Z_2^f} \quad , \quad (3.4)$$

mit Z_1^f und Z_2^f den Ladungszahlen der Fragmente im Ausgangskanal. Auf die näheren Einzelheiten bezüglich der Ladungasymmetrie gehen wir im nächsten Abschnitt bei den Erläuterungen zur Coulomb-Energie des Systems ein.



UFIm TP 85- 326

Abb. 3.3 : Zwei mögliche Kernformen des Drei-Kugel-Modells. Die obere Figur entspricht einem positiven Neck-Parameter $c_3 = 1/r_3$; die untere Form hat einen negativen Neck-Wert.

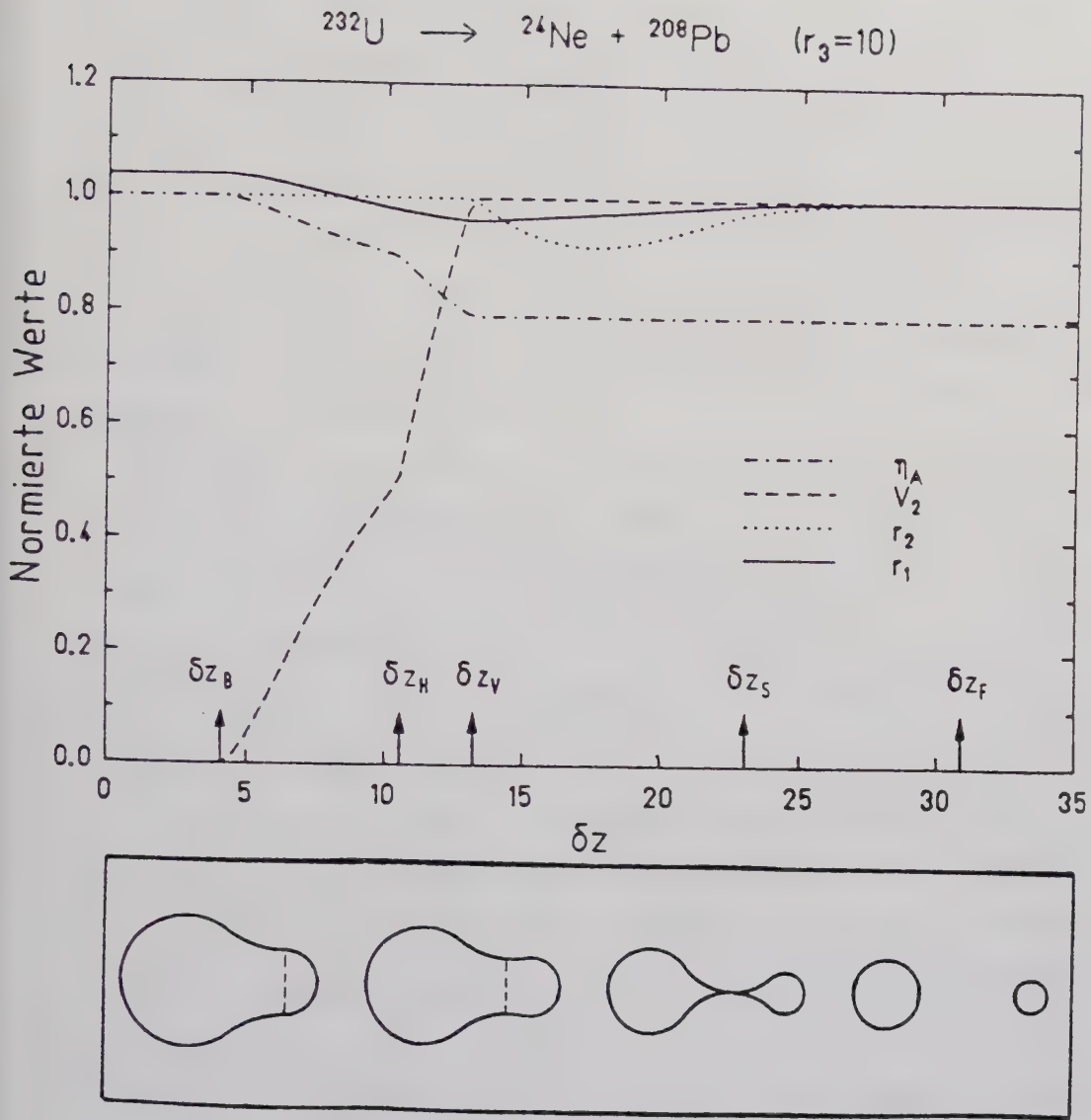


Abb. 3.4 : Abhängigkeit einiger charakteristischer Modell-Größen von Zentrenabstand δz . Die dargestellten Kernformen entsprechen den ausgezeichneten δz -Werten.

3.2.2 Das Einteilchenpotential

Nachdem wir im letzten Abschnitt die Parametrisierung des neuen Modells vorgestellt haben, gehen wir im folgenden auf das zugeordnete Potential ein. Als erstes behandeln wir das effektive Einteilchenpotential der Nukleonen und wenden uns danach dem makroskopischen Anteil zu.

Im Verlauf der Untersuchungen bei der Entwicklung des neuen Modells hat sich herausgestellt, daß eine Erweiterung eines Oszillator-Modells auf Kernformen, wie sie bei der stark asymmetrischen Spaltung vorkommen, wenig aussichtsreich erscheint. Zwar könnte unter einem sehr hohen Aufwand ein solches Modell konstruiert werden, wegen der Vielzahl der freien Parameter wurde jedoch ein anderer Ansatz gewählt.

Das ATCSM als Oszillator-Modell kann in die Klasse der Modelle mit unendlicher Potentialtiefe eingeordnet werden. Alternativ dazu gibt es Schalenmodelle, die durch ein effektives Nukleonenpotential endlicher Tiefe charakterisiert werden können. Da beide Klassen Ergebnisse liefern, die die experimentellen Messungen annähernd gleich gut beschreiben, andererseits aber Modelle mit endlicher Potentialtiefe sich teilweise leichter auf beliebige Kernparametrisierungen verallgemeinern lassen, wählen wir für unsere weiteren Untersuchungen ein Modell aus dieser Gruppe.

Wie bereits im letzten Kapitel erwähnt, beruht der Erfolg der Schalenmodelle in der geeigneten Näherung an das effektive Kernpotential. Bedingt durch den kurzreichweitigen, sättigenden Charakter der nuklearen Wechselwirkung erzeugen die Nukleonen im Kern ein mittleres Feld, das durch geeignete Modellansätze beschrieben werden kann. Auf ein Nukleon in der Nähe des Zentrums eines Kerns üben alle anderen Nukleonen einen gleichmäßigen Einfluß aus. Bei ihm sollten sich daher die Kräfte aller anderen Nukleonen im wesentlichen kompensieren, d.h. es gilt für das Potential

$$\left(\frac{\partial V(\vec{r})}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad . \quad (3.5)$$

Wegen der endlichen Reichweite der Kernkraft, kann andererseits ein Nukleon, das sich hinreichend weit entfernt vom Kern befindet, auch keine Kraft der Kern-Nukleonen wahrnehmen. Das Potential außerhalb des Kerns sollte also

konstant sein, und wir können annehmen

$$V \simeq 0 \quad , \text{ falls } r > R_0 \quad . \quad (3.6)$$

Der größte Beitrag der Kernkraft ist am Kernrand ($r = R_0$) für ein Nukleon zu erwarten, das versucht, den nuklearen Verbund zu verlassen, d.h. wir haben

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_{r < R_0} > 0 \quad . \quad (3.7)$$

Aus diesen qualitativen Überlegungen folgt ein Potentialverlauf, der z.B. durch einen Woods-Saxon-Ansatz ([69]) beschrieben wird. Da die Eigenfunktionen für dieses Potential jedoch nicht in geschlossener Form dargestellt werden können, wurden aus rechentechnischen Gründen andere geeignete Näherungen für das Einteilchenpotential gewählt. Die Oszillator-Näherung des ATCSM erwies sich als besonders erfolgreich, wie wir bereits gesehen haben.

Ein anderer Potential-Ansatz, der ebenfalls die oben angeführten Eigenschaften erfüllt, ist das im folgenden diskutierte gefaltete Yukawa-Potential ([70]). Die Eigenfunktionen müssen hier zwar numerisch bestimmt werden, jedoch bietet das Modell die prinzipielle Möglichkeit, Potentiale zu beliebigen Kernformen zu generieren. In allgemeiner Form läßt sich das Potential formulieren als Faltung einer effektiven Zwei-Nukleonen Wechselwirkung f mit einem erzeugenden Potential ρ . Es gilt also

$$V_Y(\vec{r}) = \int f(\vec{r} - \vec{r}') \rho(\vec{r}') d^3r' \quad , \quad (3.8)$$

wobei ρ den Charakter einer Pseudo-Dichte hat, die innerhalb des Kerns den Wert $-V_0$ annimmt und außerhalb verschwindet. Für die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung f wird eine Yukawa-Funktion angesetzt, die normiert ist und deren Reichweite durch die Dicke der Kern-Oberfläche bestimmt wird. Durch diese Zuordnung haben wir offensichtlich eine Verbindung zwischen der Kernform und dem Potential geschaffen.

Analog zum ATCSM gibt es neben dem rein ortsabhängigen Anteil V_Y des Potentials einen Beitrag V_{ls} , der auf die Spin-Bahn-Wechselwirkung der Nukleonen zurückgeht, sowie zusätzlich den durch die Coulomb-Wechselwirkung der Protonen bedingten Anteil V_C . Das vollständige Einteilchenpotential ist damit gegeben durch die Summe

$$V = V_Y + V_{ls} + V_C \quad . \quad (3.9)$$

Wir wollen im folgenden auf die einzelnen Beiträge eingehen und dabei den Schwerpunkt auf unsere Erweiterung des Potentials auf den Ladungsasymmetrie-Freiheitsgrad legen.

Der Spin-unabhängige Beitrag V_Y hat die allgemeine Form

$$V_Y(\vec{r}) = -\frac{V_0}{4\pi a^3} \int \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|/a)}{|\vec{r} - \vec{r}'|/a} d^3r' \quad . \quad (3.10)$$

Das Integral erstreckt sich dabei über das gesamte Potential-Volumen, das gegeben ist durch $\frac{4}{3}\pi R_p^3$, mit dem Potential-Radius R_p für den nach [71] gilt

$$R_p = R_{den} + 0.82 \text{ fm} - 0.56 \text{ fm}^2 / R_{den} \quad , \quad (3.11)$$

wobei

$$\begin{aligned} R_{den} &= 1.16 \cdot A^{1/3} (1 + \bar{\varepsilon}) \text{ fm} \quad , \\ \bar{\varepsilon} &= -\frac{0.147}{A^{1/3}} + 0.330 \cdot \bar{\delta}^2 + \frac{0.00248 \cdot Z^2}{A^{4/3}} \quad , \\ \bar{\delta} &= \frac{(N-Z)/A + 0.0112 \cdot Z^2/A^{5/3}}{1 + 3.15/A^{1/3}} \quad . \end{aligned} \quad (3.12)$$

Der Faktor V_0 ist ein Maß für die Potentialtiefe. Für Protonen und Neutronen ist er gegeben durch

$$V_p = (52.5 + 48.7 \cdot \bar{\delta}) \text{ MeV} \quad (3.13)$$

und

$$V_n = (52.5 - 48.7 \cdot \bar{\delta}) \text{ MeV} \quad . \quad (3.14)$$

Die Reichweite der Yukawa-Funktion ergibt sich aus einer Anpassung der berechneten Einteilchen-Spektren an experimentelle Werte in der Gegend der seltenen Erden und der Actinide ([72]). Sie hat den Wert

$$a = 0.8 \text{ fm} \quad . \quad (3.15)$$

Die obigen Beziehungen wurden abgeleitet für den ladungsequilibrierten Fall. Das bedeutet, daß der Kern im Verlauf der Spaltung in zwei Fragmente zerfällt, die die gleiche Ladungsdichte wie der Mutterkern haben. Anders ausgedrückt für den Fall, daß die Ladungsasymmetrie des Systems der Massenasymmetrie entspricht, d.h. für $\eta_Z^f = \eta_A^f$. Diese Voraussetzung ist im allgemeinen nicht erfüllt, insbesondere nicht wenn wir den Einfluß der Ladungsasymmetrie auf die Spaltung untersuchen wollen. Wir verallgemeinern also im folgenden den Ansatz

von Gleichung (3.10), indem wir das Integral aufteilen in die zwei Beiträge der Fragmente. Wir schreiben

$$V_Y = V_Y^{00} \cdot J_Y \quad (3.16)$$

mit

$$J_Y = \left(\frac{V_{01}}{V_{00}} \right) J_{Y1} + \left(\frac{V_{02}}{V_{00}} \right) J_{Y2} \quad , \quad (3.17)$$

wobei J_{Y1} und J_{Y2} den Yukawa-Integralen über die jeweiligen Fragmente entsprechen, und die Faktoren V_{01} , V_{02} , V_{00} und V_Y^{00} mit den Potentialtiefen der Fragmente bzw. des sphärischen Compoundkerns korreliert sind. Die Einzelheiten dieser Betrachtung sind in Anhang A.1 dargestellt.

Einen Überblick über den Verlauf des Einteilchenpotentials bekommt man aus den Abbildungen 3.5, 3.6 und 3.7. Dort ist für den Zerfall von ^{232}U in ^{208}Pb und ^{24}Ne der Potentialverlauf des Protonen-Anteils V_Y^P für drei verschiedene Konfigurationen dargestellt. Da wir die Axialsymmetrie des Systems voraussetzen, genügt es, nur eine Hälfte der (ρ, z) -Ebene zu betrachten. Wir erkennen in Abbildung 3.5, die zum sphärischen Compoundkern gehört, daß der gewählte Potentialansatz einen ähnlichen Verlauf wie der Woods-Saxon-Ansatz hat : Sowohl im Kerninneren (hier bei $\rho = 0, z = 0$) als auch im Außengebiet hat das Potential einen konstanten Verlauf, während am Kernrand eine starke Änderung zu verzeichnen ist.

Eine analoge Abhängigkeit kann man auch in Abbildung 3.7 beobachten. Dort weist das Potential zwei Minima auf, die um die Zentren der getrennten, sphärischen Fragmente lokalisiert sind. Zwei Punkte verdienen dabei besondere Beachtung : Zum einen hat das Potential bei den Zentren unterschiedliche Tiefen, zum anderen ist der Anteil des leichteren ^{24}Ne -Fragments bei $z = 31$ deutlich enger und weist im Kerninneren annähernd ein oszillatorförmiges Verhalten auf.

Abbildung 3.6 stellt die Potential-Verhältnisse, wie sie für ein Zwischenstadium kennzeichnend sind, dar. Aus der mit abgebildeten Kernform erkennen wir, daß beide Fragmente bereits deutlich ausgebildet sind. Da die Fragmente jedoch überlappen, sind die einzelnen Beiträge nur ansatzweise erkennbar. Das Potential wird dominiert durch den schweren Reaktionspartner.

Als weiteren Beitrag zum effektiven Einteilchenpotential haben wir den Spin-Bahn-Term zu berücksichtigen. Ähnlich wie beim ATCSM benutzen wir auch

hier einen verallgemeinerten Drehimpulsoperator und schreiben

$$V_{ls} = -\lambda \left(\frac{\hbar}{2mc} \right)^2 \vec{\sigma} \cdot (\nabla V_Y \times \vec{p}/\hbar) \quad (3.18)$$

Dabei ist m entweder die Protonen- oder die Neutronenmasse, $\vec{\sigma}$ gibt die Pauli-schen Spin-Matrizen an, und $\vec{p}$ steht für den Impuls eines Nukleons. Die Stärke der Spin-Bahn-Wechselwirkung ist gegeben durch die Größe λ . Sie ist durch eine Anpassung an experimentell bestimmte Einteilchen-Spektren bestimmt worden. Wir benutzen für Protonen bzw. Neutronen die Beziehungen

$$\lambda_p = 28.0 + 6.0 \left(\frac{A}{240} \right) \quad (3.19)$$

und

$$\lambda_n = 31.5 + 4.5 \left(\frac{A}{240} \right) \quad (3.20)$$

Als letzten Beitrag haben wir schließlich den Coulomb-Anteil, der von der repulsiven Coulomb-Wechselwirkung der Protonen herrührt. Für den ladungs-equilibrierten Fall hat das Potential die bekannte Form

$$V_C(\vec{r}) = e\rho_e \int \frac{d^3r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad , \quad (3.21)$$

mit der Ladungsdichte ρ_e gegeben durch

$$\rho_e = \frac{Z \cdot e}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} \quad (3.22)$$

Das Integrationsgebiet erstreckt sich, im Unterschied zum Yukawa-Anteil, hier jedoch über das Kernvolumen $\frac{4}{3}\pi R_0^3$. Der Radius R_0 des sphärischen Kerns ist gegeben durch den klassischen Ausdruck

$$R_0 = r_0 A^{1/3} \quad , \quad (3.23)$$

wobei $r_0 = 1.16$ fm ist.

Wegen dieser Unterschiede im Integrationsvolumen muß die Bedingung der Volumenerhaltung getrennt für beide Potential-Anteile durchgeführt werden.

Die in Gleichung (3.21) angeführte Beziehung beschreibt das Coulomb-Potential eines gleichmäßig geladenen Kerns. Dies trifft sicherlich auf den Fall zu, daß der Kern reine Ein-Zentren-Formen einnimmt. Im Verlauf der Spaltung

ist jedoch bei Kernformen mit einem ausgeprägten Neck, d.h. in der Nähe des Spaltpunktes, davon auszugehen, daß die Fragmente beginnen, ihre "Ladungs-Identität" anzunehmen, wie sie im Ausgangskanal gemessen wird. Wir erweitern also den obigen Ansatz und schreiben für den allgemeinen Fall

$$V_C = V_C^{00} \cdot I_C \quad (3.24)$$

mit

$$I_C = \left(\frac{\rho_{1e}}{\rho_{0e}} \right) I_{C1} + \left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{0e}} \right) I_{C2} \quad , \quad (3.25)$$

wobei I_{C1} und I_{C2} die deformationsabhängigen Beiträge der Fragmente darstellen. Wir gehen auf die Ableitung der oben aufgeführten Beziehungen im Anhang A.1 näher ein und widmen uns hier den Ladungsdichten ρ_{1e} bzw. ρ_{2e} .

Wie oben angedeutet, findet entlang des Spaltpfades für einen gegebenen Zerfallskanal eine Ladungsumlagerung der Gesamtladung des Mutterkerns auf die Fragmente statt. Im Gegensatz zum Massentransfer ist der Ladungstransfer jedoch nicht unmittelbar mit der Systemgeometrie korreliert, sondern wir sind gezwungen, Annahmen über die Verteilung der Fragmentladungen zu machen. Die beiden asymptotischen Grenzfälle eines sphärischen Compoundkerns, sowie der Fall zweier getrennter Fragmente, sind dabei als gegeben vorauszusetzen. Allgemein können wir davon ausgehen, daß für Konfigurationen mit einer Ein-Zentren-Form die Ladungsdichten ρ_{1e} und ρ_{2e} der (willkürlich definierten) Fragmente im wesentlichen der Ladungsdichte des Mutterkerns ρ_{0e} entsprechen. Bei unserem Modell entspricht dies entweder Kernformen, die zu einem negativen Neck-Parameter gehören, oder solchen mit positivem Neck und Zentrenabständen kleiner als δz_H (vgl. Abbildung 3.4 von Seite 48).

Für einen festen Neck-Parameter sollte mit der Einschnürung des Necks für größer werdende Zentrenabstände ein Ladungstransfer verbunden sein, der am Spaltpunkt beim Zentrenabstand δz_S abgeschlossen ist. Der genaue Verlauf der Ladungsdichten geht als zusätzliche Annahme in das Modell ein : Der von uns gewählte Ansatz ist gegeben durch eine Sinus-Interpolation der asymptotischen Werte für $(\rho_{1e}/\rho_{0e})^2$ zwischen δz_H und δz_S . In Abbildung 3.8 ist der schematische Verlauf möglicher anderer Interpolationsformen zusammen mit den Spezialfällen des equilibrierten Systems (1) und des asymptotischen Endzustandes (2) dargestellt. Die markanten Zentrenabstände δz_B , δz_V und δz_S sind hier nochmals erkennbar.

Es hat sich gezeigt, daß die Wahl der Interpolationsformen, wie sie in der Abbildung dargestellt sind, keinen dominierenden Einfluß auf die Form des Potentials hat. Unsere Annahme stellt einen glatten Übergang der Dichten dar und erscheint als eine plausible Näherung an die tatsächlichen Ladungs-Verhältnisse. Mit ρ_{1e} ist unter Zuhilfenahme der Bedingung der Ladungserhaltung gleichzeitig auch die Ladungsdichte ρ_{2e} bestimmt. Die Interpolation des Quadrats der Ladungsdichten-Verhältnisse erfolgt im Hinblick auf den im nächsten Abschnitt behandelten makroskopischen Anteil des Potentials.

Analog zur obigen Wahl der Ladungsdichte wird auch der Verlauf der Potentialtiefen V_1 und V_2 des Einteilchenpotentials bestimmt. Diese sind wegen der Ladungs- und Massenabhängigkeit auch deformationsabhängig. Beim Versuch sie aus den angenommenen Ladungsdichten zu bestimmen stellt man jedoch fest, daß wegen der unterschiedlichen Volumenerhaltungsbedingungen für V_C und V_Y Diskontinuitäten in der Deformationsabhängigkeit von V_Y auftauchen. Um diese Schwierigkeiten zu beseitigen, wurde der erwähnte Interpolationsansatz gewählt.

Abschließend wollen wir nun auf den Potentialverlauf des Coulomb-Anteils sowie der Summe aus Coulomb- und Yukawa-Anteil für Protonen $V_Y^P + V_C$ eingehen. Die Abbildungen 3.9, 3.10 und 3.11 geben eine Gegenüberstellung des Coulomb-Potentials für verschiedene Zentrenabstände an. Der bekannte Verlauf im Fall einer homogen geladenen Kugel ist aus Abbildung 3.9 ersichtlich : Das Potential ist lokalisiert um das Zentrum und fällt mit $1/r$ nach außen ab. Bei einem größeren Zentrenabstand, siehe Abbildung 3.10, ist der Einfluß des zweiten Kerns, der bereits ausgeprägt ist, erkennbar. Für den Fall zweier getrennter Fragmente hat das Potential in Abbildung 3.11 schließlich, in Analogie zu Abbildung 3.7, die erwarteten zwei Extreme, lokalisiert um die Zentren der einzelnen Kerne.

Betrachtet man die Abbildungen 3.12, 3.13 und 3.14 mit der Summe aus Coulomb- und Yukawa-Potential für Protonen, so fällt unmittelbar auf, daß sich die Potentialtiefe und die Form verglichen mit den Abbildungen 3.5, 3.6 und 3.7 deutlich geändert haben. Wegen der repulsiven Coulomb-Wechselwirkung ist das Potential flacher geworden mit einem Maximum am Kernrand. Außerhalb der Fragmentzentren fällt es nicht mehr exponentiell sondern mit $1/r$ ab.

Die aufgeführten Unterschiede machen die prinzipielle Differenz zwischen

den Potentialtiefen für Protonen und Neutronen deutlich : Der repulsive Coulomb-Beitrag führt effektiv dazu, daß im Kern ein Neutronen-Überschuß auftritt, da das Protonen-Potential flacher ist als das der Neutronen.

An dieser Stelle sei explizit noch auf den Einfluß der Symmetrie-Energie hingewiesen, die wir näher im nächsten Abschnitt behandeln werden. Die Symmetrie-Energie bewirkt allgemein, daß Konfigurationen mit gleicher Anzahl von Protonen und Neutronen im Kern bevorzugt werden. Das bedeutet natürlich, daß die beiden Energiebeiträge gegenläufige Tendenz haben und berücksichtigt werden müssen. In diesem Modell ist dies durch die Wahl der unterschiedlichen Potentialtiefen für Protonen und Neutronen, siehe Gleichung (3.13) und (3.14), effektiv beschrieben. Das Yukawa-Potential für Neutronen ist zwar flacher als das der Protonen, durch den zusätzlichen Beitrag für die Protonen haben jedoch die Neutronen letztlich für die meisten stabilen Kerne ein tieferes Potential als die Protonen mit dem Neutronen-Überschuß als Folge (bzw. Ursache).

Der Einteilchen-Hamiltonoperator des neuen Modells hat mit dem oben beschriebenen Potential damit die Form

$$\hat{H}_{sp} = -\frac{\hbar}{2m}\Delta + V_Y + \left(\frac{1}{2} + t_3\right) V_C + V_{ls} \quad . \quad (3.26)$$

Dabei ist t_3 der Isospin des Nukleons mit den Eigenwerten $+\frac{1}{2}$ für Protonen und $-\frac{1}{2}$ für Neutronen. Er bewirkt, daß für Protonen der zusätzliche Beitrag der Coulomb-Wechselwirkung berücksichtigt wird.

Vergleicht man diesen Hamiltonoperator mit dem entsprechenden Ausdruck des ATCSM gegeben durch Gleichung (2.1) auf Seite 14, so stellt man fest, daß hier einerseits der Coulomb-Beitrag berücksichtigt wird, andererseits aber kein l^2 -Term mehr auftaucht.

Der Grund für das Fehlen des l^2 -Terms liegt in der Tatsache, daß er bei den Oszillator-Modellen benötigt wurde, um die Niveaus mit hohem Drehimpuls, die im Vergleich zum Experiment energetisch zu hoch liegen, abzusenken. Effektiv stellte er damit eine Interpolation zwischen dem Oszillator- und einem Kastenpotential dar. Da wir hier, bedingt durch den Ansatz, bereits einen Woods-Saxon ähnlichen Potentialverlauf haben, entfällt dieser Beitrag.

Im ATCSM wurde der Einfachheit wegen auf die explizite Berücksichtigung des Coulomb-Potentials verzichtet. Die Coulomb-Wechselwirkung wurde nur effektiv, wie in Abschnitt 2.2.3 beschrieben, berücksichtigt. Dies hatte zur Folge,

daß das Potential sehr leicht berechenbar war und außerdem den Vorteil hatte, sich einfach in der Holzer-Basis ([31]) entwickeln zu lassen. Die entsprechenden Matrixelemente konnten zum großen Teil in geschlossener Form angegeben werden, so daß die benötigten Rechenzeiten überschaubar blieben. Dieser Vorteil entfällt in unserem neuen Modell, da bereits das Yukawa-Potential im allgemeinen Fall nicht mehr analytisch berechnet werden kann. Der zusätzliche Aufwand, der mit der numerischen Berechnung des Coulomb-Integrals verbunden ist, stellt also keine nennenswerte Erhöhung der Gesamtkomplexität des Problems dar.

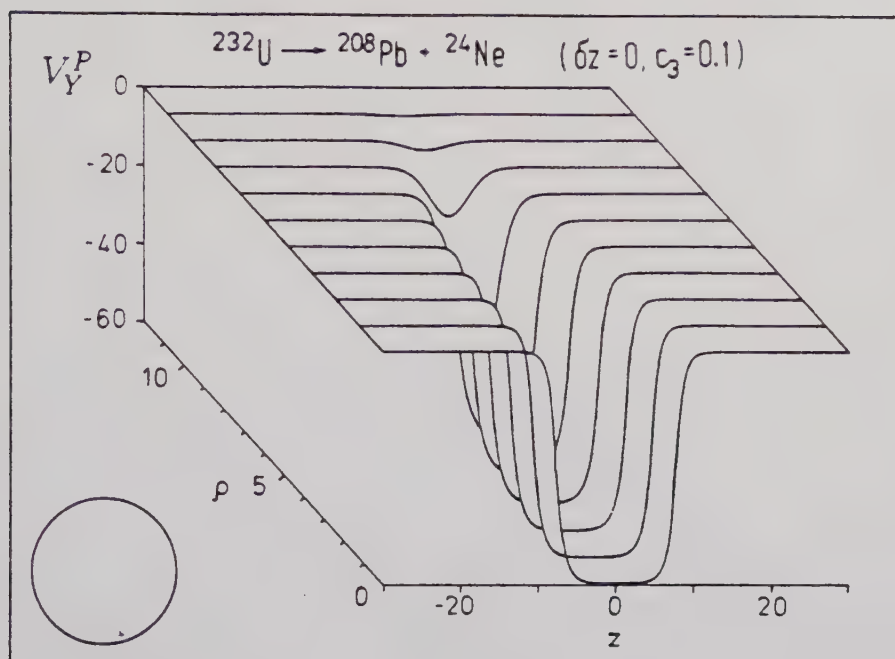


Abb. 3.5 : Verlauf des Einteilchenpotentials V_Y^P für Protonen. Dargestellt für den Zerfall $^{232}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$ bei $(\delta z = 0, c_3 = 0.1)$.

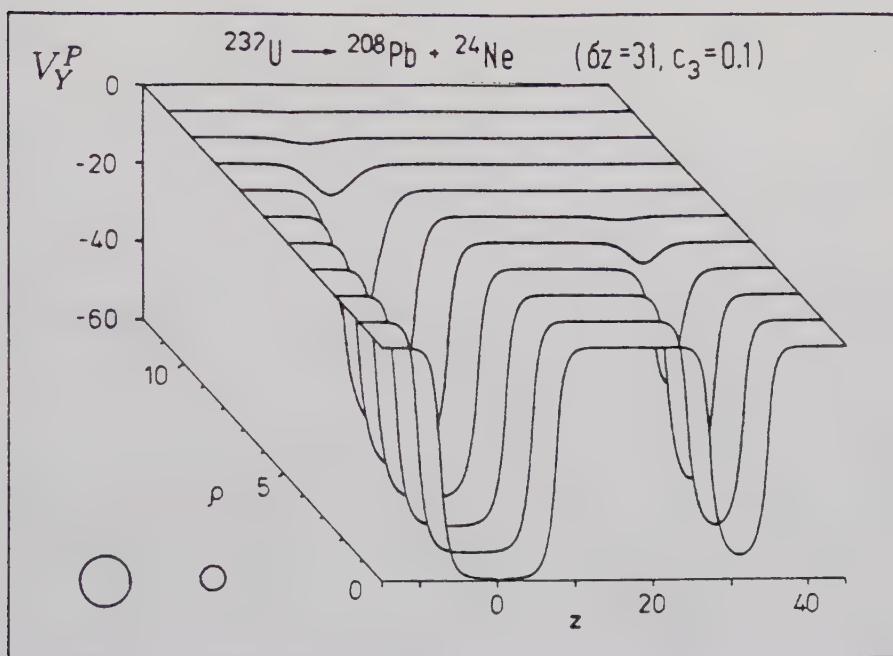
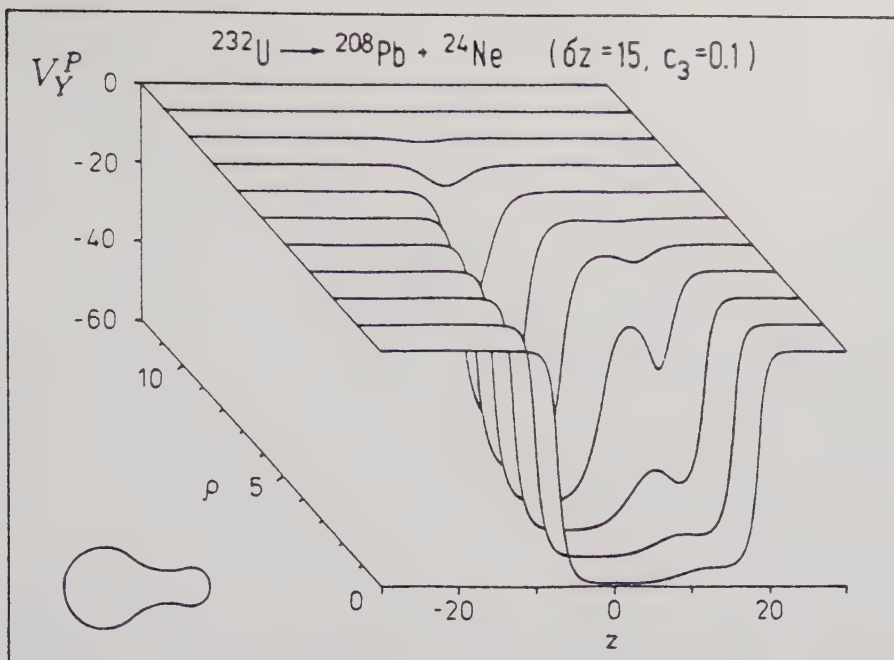


Abb. 3.6 : Wie Abb. 3.5, jedoch bei $\delta z = 15$.

Abb. 3.7 : Wie Abb. 3.5, jedoch bei $\delta z = 31$.

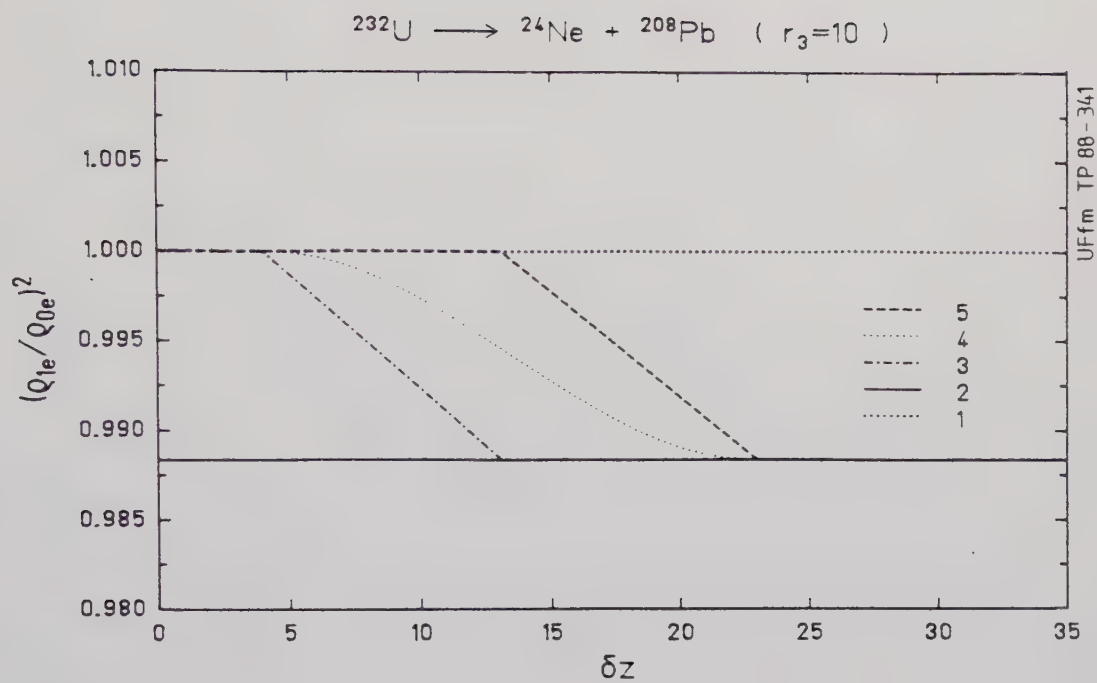


Abb. 3.8 : Schematische Darstellung möglicher Interpolationsformen für das Ladungsdichteverhältnis $(\rho_{1e}/\rho_{0e})^2$.

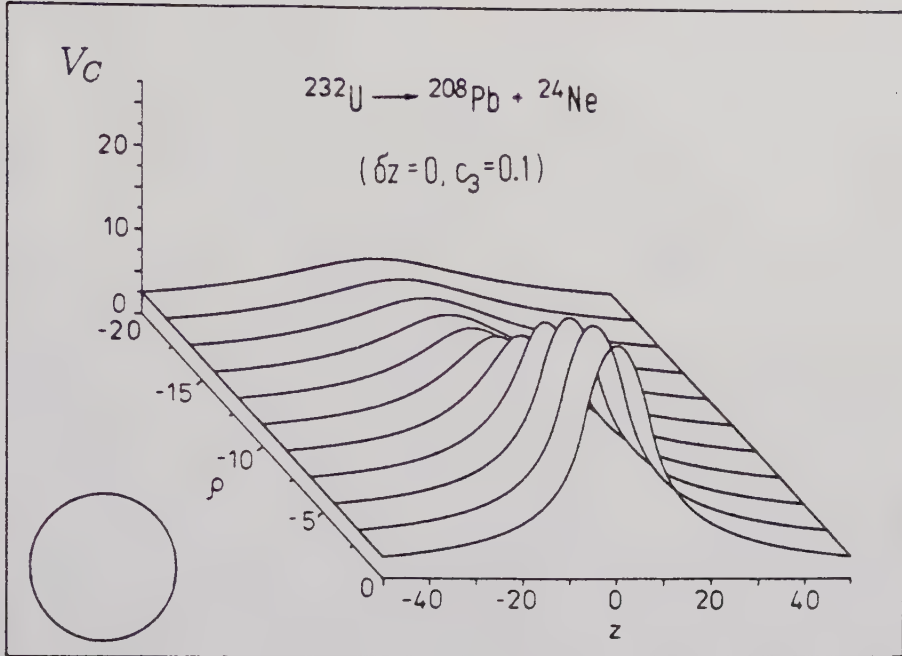


Abb. 3.9 : Potentialverlauf des Coulomb-Anteils V_C . Parameter wie in Abb. 3.5.

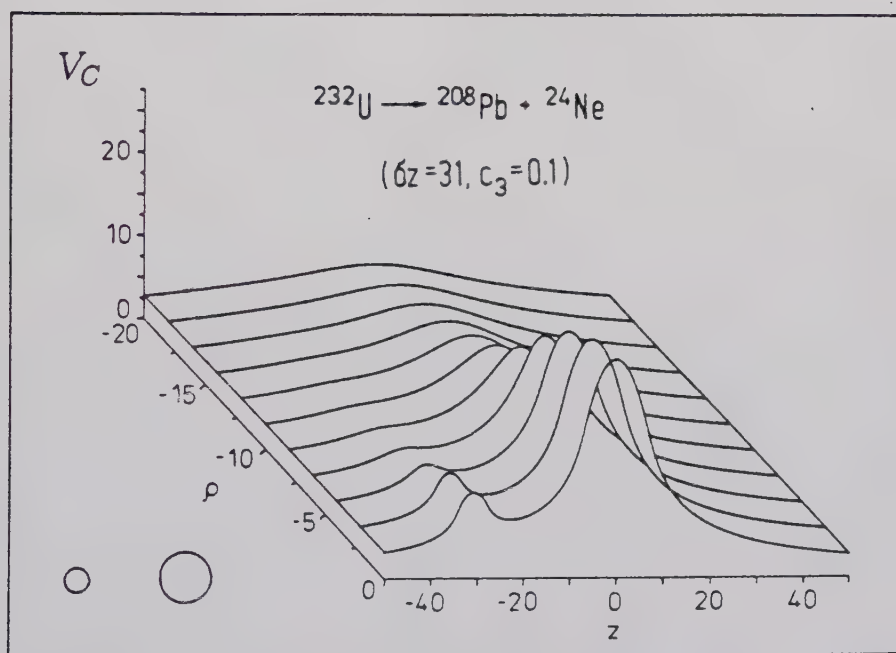
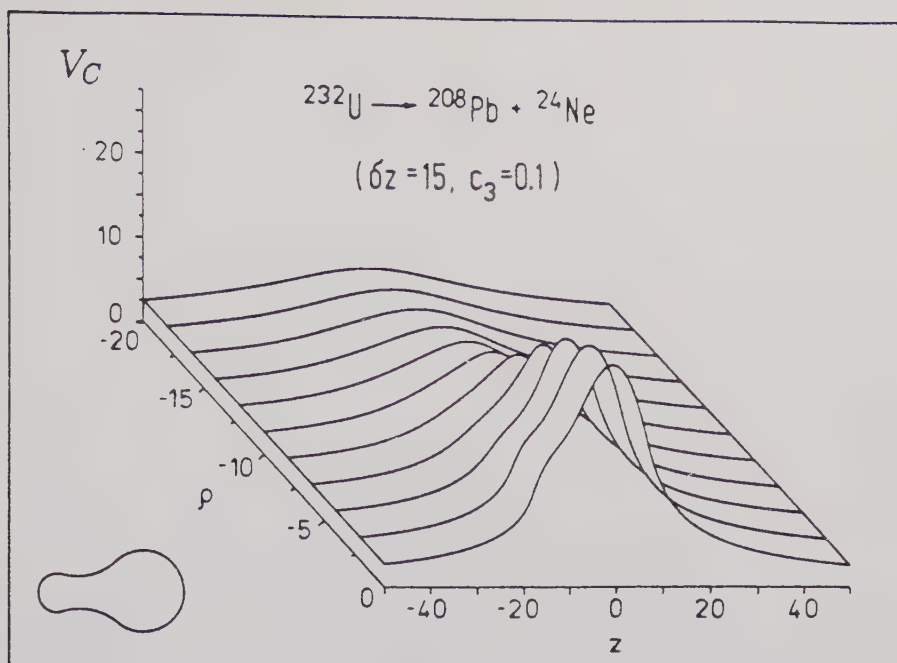


Abb. 3.10 : Wie Abb. 3.9, jedoch bei $\delta z = 15$.

Abb. 3.11 : Wie Abb. 3.9, jedoch bei $\delta z = 31$.

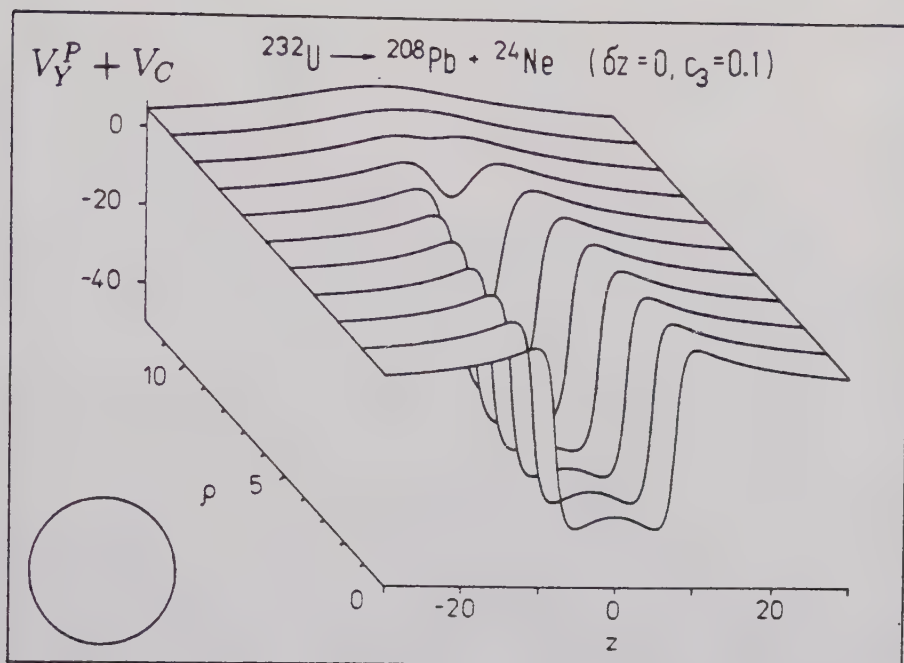


Abb. 3.12 : Potentialverlauf für die Summe $V_Y^P + V_C$. Parameter wie in Abb. 3.5.

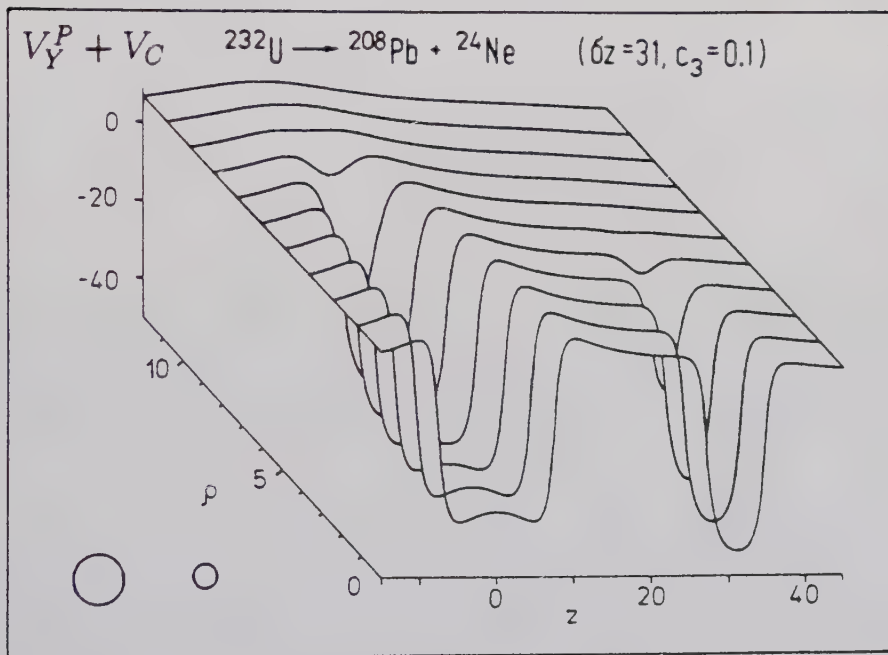
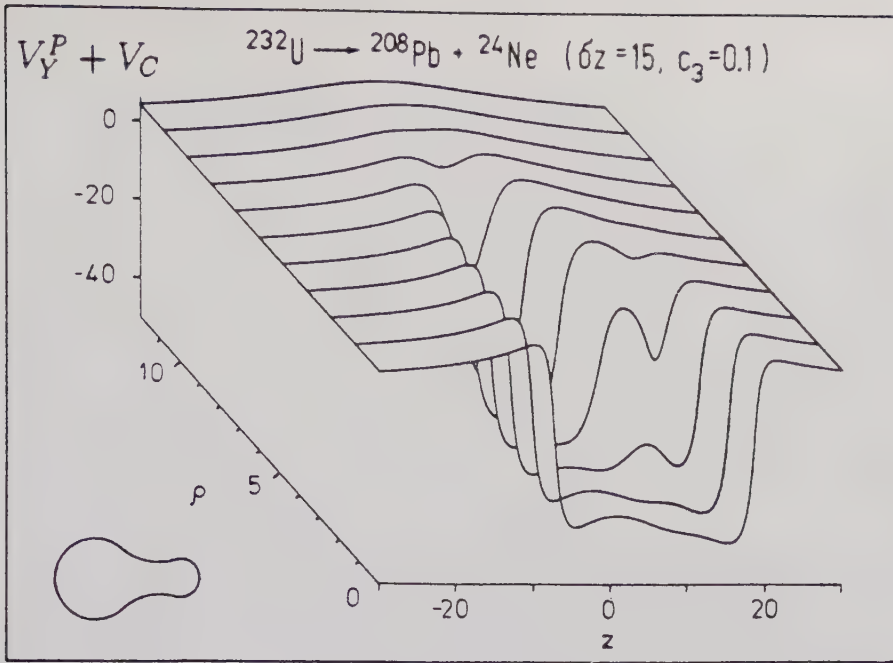


Abb. 3.13 : Wie Abb. 3.12, jedoch bei $\delta z = 15$.

Abb. 3.14 : Wie Abb. 3.12, jedoch bei $\delta z = 31$.

3.2.3 Das makroskopische Potential

Nachdem wir im letzten Abschnitt das Einteilchenpotential vorgestellt haben widmen wir uns nun, in Analogie zum ATCSM, dem makroskopischen Anteil. Wir benutzen dazu eine Modifikation des Liquid-Drop-Modells, bekannt als das Yukawa-plus-Exponential-Modell (vgl. [73]), das ähnlich wie das Liquid-Drop-Modell den mittleren Trend des Gesamtpotentials angibt. Dabei erweitern wir dieses Modell auf den allgemeinen Fall eines Systems mit Massen- und Ladungsasymmetrie, und wenden es auf die neue Parametrisierung an, insbesondere im Hinblick auf die stark asymmetrische Spaltung.

Die von Myers und Swiatecki vorgeschlagene Beziehung für das Liquid-Drop-Modell ([27]) stützt sich, wie in Abschnitt 2.2.3 erläutert, auf die Bethe-Weizsäcker-Formel. Das LDM Potential setzt sich danach zusammen aus den Beiträgen der Coulomb-, Oberflächen-, Volumen- und Wigner-Energie

$$E_{LDM} = E_C + E_S + E_V + E_W - E_{LDM}^0 \quad , \quad (3.27)$$

und ist üblicherweise normiert auf den sphärischen Compoundkern mit der Energie

$$E_{LDM}^0 = E_C^0 + E_S^0 + E_V^0 - E_W^0 \quad . \quad (3.28)$$

Im Yukawa-plus-Exponential-Modell wird der Liquid-Drop-Ansatz erweitert, indem einerseits der Beitrag der Oberflächenenergie E_S modifiziert wird zu E_n , und andererseits weitere Energiebeiträge, die im LDM vernachlässigt wurden, hier berücksichtigt werden. Das Potential hat damit die allgemeine Form

$$\begin{aligned} E_{Y+E} = & E_C + E_n + E_V + E_W + E_d \\ & + E_{el} + E_{pff} + E_{exc} + E_{A^0} + E_{pa1} - E_{Y+E}^0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

mit der Normierung des sphärischen Compoundkerns, definiert analog zur Gleichung (3.28). Wir stellen nun die einzelnen Beiträge vor und geben gleichzeitig die Verallgemeinerung auf den Ladungsasymmetrie-Freiheitsgrad an.

Die Coulomb-Energie eines ladungsgequillibrierten Kerns ist gegeben durch die bekannte Beziehung

$$E_C = \frac{1}{2} \rho_e^2 \iint \frac{d^3r d^3r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad , \quad (3.30)$$

d.h. durch ein Doppel-Integral über das gesamte Kernvolumen, wobei zwischen den einzelnen Fragmenten nicht unterschieden wird. Die zugrundeliegende Vorstellung geht von einem gleichmäßig geladenen Kern mit der globalen Ladungsdichte ρ_e aus, vgl. Gleichung (3.22). Wie wir bereits erwähnten, ist für sehr große Deformationen mit stark eingeschnürten Kernformen — wie sie bei der Spaltung in der Nähe des Spaltpunktes zu beobachten sind — diese Vorstellung nicht mehr zutreffend. Vielmehr müssen wir der Tatsache Rechnung tragen, daß entlang des Spaltweges die Kerne sowohl die Massen- als auch die Ladungszahlen des Ausgangskanals einnehmen. Wir berücksichtigen dies dadurch, daß wir das Integral (3.30) aufteilen in die Beiträge der Fragmente. D.h. wir integrieren nicht mehr über den gesamten Kern, sondern über die Teilgebiete der einzelnen Fragmente und bekommen als Resultat für die Coulomb-Energie eine Summe aus den Fragmentenergien und des Wechselwirkungsterms. Es gilt

$$E_C = E_C^0 \cdot B_C \quad (3.31)$$

mit

$$B_C = \left(\frac{\rho_{1e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{C1} + \left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{C2} + \left(\frac{\rho_{1e}\rho_{2e}}{\rho_{0e}^2} \right) B_{C12} \quad (3.32)$$

mit der Energie des sphärischen Compoundkerns E_C^0 . Die Details der Rechnung werden im Anhang A.2 dargestellt. Hier sei nur erwähnt, daß die Größen B_{C1} und B_{C2} im wesentlichen die Fragmentenergien repräsentieren, und B_{C12} für den Wechselwirkungsterm steht. Wir wollen ferner anmerken, daß neben der Aufteilung des Integrals wir die in Abschnitt 3.2.1 diskutierten Annahmen bezüglich der Deformationsabhängigkeit der Ladungsdichten treffen müssen. Wie erwähnt, interpolieren wir dazu die Größe $(\rho_{1e}/\rho_{0e})^2$ zwischen den asymptotischen Werten für den Ein-Zentren-Fall und dem Fall zweier getrennter Fragmente mittels einer Sinus-Interpolation. Abbildung 3.15 stellt diesen Verlauf für verschiedene Ladungskanäle, die zum gleichen Massenzentrum gehören, gegenüber.

Neben der Coulomb-Energie trägt der Beitrag der (modifizierten) Oberflächenenergie wesentlich zum Potentialverlauf des makroskopischen Anteils bei. Im Liquid-Drop-Modell ist dieser Beitrag direkt proportional zur Kernoberfläche, was zur Folge hat, daß alle Details der Oberfläche sich im Potential widerspiegeln. Das führt bei Kernparametrisierungen mit hohen Multipolmomenten zu unphysikalischen Strukturen im Potential. Die Verallgemeinerung

des Oberflächenterms E_n beseitigt diesen Nachteil, und beschreibt gleichzeitig die attraktive Kern-Wechselwirkung für zwei getrennte Fragmente. Die Reichweite der attraktiven Kraft geht dabei über den Kernrand hinaus und entspricht etwa der Reichweite der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung. Wie wir später sehen werden, resultiert daraus ein Maximum im Potentialverlauf, das zu getrennten Konfigurationen gehört. Die verallgemeinerte Oberflächenenergie ist analog zur Coulomb-Energie definiert als ein Doppel-Integral über das Kernvolumen, und hat die Form

$$E_n = -\frac{c_S}{8\pi^2 r_0^2 a_n^3} \iint \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{a_n} - 2 \right) \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|/a_n)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r d^3r' \quad (3.33)$$

Ähnlich wie beim Coulomb-Anteil läßt sich auch diese Beziehung auf den allgemeinen Fall mit Ladungsasymmetrie erweitern. Dort gilt

$$E_n = E_n^0 \cdot B_n \quad (3.34)$$

mit

$$B_n = \left(\frac{c_{1S}}{c_{0S}} \right) B_{n1} + \left(\frac{c_{2S}}{c_{0S}} \right) B_{n2} + \left(\frac{(c_{1S}c_{2S})^{1/2}}{c_{0S}^2} \right) B_{n12} \quad (3.35)$$

den Beiträgen der Fragmente und E_n^0 der Energie des sphärischen Compoundkerns. Im Unterschied zum LDM tritt in Gleichung (3.35) jedoch der Mischterm B_{n12} auf, der auf eine effektive Wechselwirkung der Oberflächenbeiträge beider Fragmente zurückzuführen ist. Die Faktoren c_{1S} , c_{2S} und c_{0S} ergeben sich aus der allgemeinen Beziehung

$$c_{iS} = a_S \left(1 - \kappa_S \left(\frac{N_i - Z_i}{N_i + Z_i} \right)^2 \right) \quad , \quad (3.36)$$

wobei die Neutronen- bzw. Protonenzahlen N_i , Z_i aus den Ladungsdichten ρ_{1e} , ρ_{2e} und ρ_{0e} folgen. Weitere Ausführungen sind im Anhang A.2 angegeben.

Bevor wir auf die Beiträge der Volumen- bzw. Wigner-Energie eingehen, wollen wir als nächstes den Beitrag E_d behandeln, der als Korrekturterm zur Coulomb-Energie aufzufassen ist. Bei der Berechnung aller bisherigen Beiträge machten wir implizit immer die Annahme, daß der Kern durch einen wohldefinierten, scharfen Rand begrenzt wird. Die Bedingung der Volumenerhaltung basiert letztlich auch auf diesem Gedanken. Andererseits wissen wir, daß der

Kernrand eine räumliche Ausdehnung besitzt, die sich nicht zuletzt auch in der Form des Einteilchenpotentials widerspiegelt. Es stellt sich also prinzipiell die Frage nach dem Einfluß der endlichen Randdichte des Kerns. Im Rahmen dieses Modells ist der Einfluß gegeben durch die Beziehung ([74])

$$E_d = -\frac{1}{2} \rho_e^2 \int \int \left(1 + \frac{1}{2} \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{a_d} \right) \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|/a_d)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r d^3r' \quad (3.37)$$

Sie folgt unmittelbar aus dem Ausdruck für die Coulomb-Energie, wenn wir den allgemeinen Fall einer ortsabhängigen Ladungsdichte betrachten und diese als eine Faltung mit einer Yukawa-Funktion ansetzen. Die generalisierte Coulomb-Energie ergibt sich damit als Summe des Beitrags mit scharfem Kernrand, gegeben durch Gleichung (3.30), sowie dem Korrekturterm des räumlich ausge dehnten Rands aus Gleichung (3.37).

Wir verallgemeinern auf bekannte Weise auch diesen Beitrag auf den Fall mit Ladungsasymmetrie und erhalten (vgl. Anhang A.2)

$$E_d = E_d^0 \cdot B_d \quad (3.38)$$

mit

$$B_d = \left(\frac{\rho_{1e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{d1} + \left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{d2} + \left(\frac{\rho_{1e}\rho_{2e}}{\rho_{0e}^2} \right) B_{d12} \quad (3.39)$$

Einen Eindruck von der Deformationsabhängigkeit der B -Integrale bekommt man aus der Abbildung 3.16. Dort ist für den Zerfall von ^{232}U in ^{24}Ne und ^{208}Pb , oder allgemeiner in den Massenkanal

$$^{232}\text{U} \longrightarrow (A_1^f = 208) + (A_2^f = 24) \quad ,$$

bei einem festen Neck-Parameter die δz -Abhängigkeit der Coulomb-Beiträge und des Anteils der modifizierten Oberflächenenergie aufgetragen. Am Verlauf erkennen wir deutlich die jeweils ausgezeichneten δz -Werte. Im Innenbereich bei kleinen δz -Werten trägt das zweite Fragment wenig bei, während die Wechselwirkungsglieder B_{C12} und B_{n12} Maximalwerte erreichen. Am konstanten Verlauf der Fragmentbeiträge bei großen Zentrenabständen wird schließlich der asymptotische Grenzfall zweier getrennter Fragmente sichtbar. In diesem Bereich haben die Wechselwirkungsglieder einen monoton fallenden Verlauf. Die Beiträge der Coulomb-Korrektur haben wegen der mathematischen Struktur einen ähnlichen Verlauf wie die modifizierten Oberflächenterme.

Nachdem wir die explizit deformationsabhängigen Energie-Terme vorgestellt haben, gehen wir nun über zu Beiträgen, die nur implizit von der Kerndeformation abhängen. Kennzeichnend für alle ist, daß wir nur die beiden asymptotischen Grenzfälle des Mutterkerns bzw. zweier getrennter Fragmente kennen. Es erscheint uns deshalb, nicht zuletzt im Hinblick auf die Einbeziehung der Ladungsasymmetrie, als sinnvoll, eine einheitliche Berechnungsvorschrift für die Deformationsabhängigkeit dieser Energiebeiträge anzunehmen. Der von uns gewählte Ansatz stützt sich auf die im letzten Abschnitt angeführten Überlegungen zur Deformationsabhängigkeit der Ladungsdichten bzw. der Frage nach der "Ladungs-Identität" der Fragmente. Wir nehmen für die jeweiligen Energiebeiträge E analogerweise an, daß solange der Kern Ein-Zentren-Formen aufweist, seine Energie der des Mutterkerns $E_i = E(A, Z)$ entspricht. Für getrennte Fragmente ist die Gesamtenergie gegeben durch die Summe der Einzelbeiträge der Fragmente $E_f = E(A_1, Z_1) + E(A_2, Z_2)$. Im Zwischenbereich, d.h. bei positivem Neck-Parameter für Zentrenabstände zwischen δz_H und δz_S wird mittels einer Sinus-Interpolation ein effektiver Wert angenommen. Es gilt also allgemein

$$E = \begin{cases} E_i, & \begin{cases} , \text{ falls } c_3 \leq 0, \\ , \text{ falls } c_3 > 0 \text{ und } \delta z \leq \delta z_H, \end{cases} \\ E_i + \frac{E_f - E_i}{2} \left(1 - \cos \left(\pi \frac{\delta z - \delta z_H}{\delta z_S - \delta z_H} \right) \right), & \text{ falls } \delta z_H \leq \delta z \leq \delta z_S, \\ E_f, & , \text{ falls } \delta z \geq \delta z_S. \end{cases} \quad (3.40)$$

Neben dem Beitrag der Coulomb- und der Oberflächenenergie haben wir den bereits aus der Bethe-Weizsäcker-Formel bekannten Beitrag zur Volumenenergie zu berücksichtigen. Wegen der effektiven $A^{1/3}$ -Abhängigkeit des Kernradius hat er die allgemeine Form

$$E_V = -c_V \cdot A, \quad (3.41)$$

wobei der Faktor c_V , ähnlich wie der entsprechende Faktor des (modifizierten) Oberflächenbeitrags c_S , vom Isospin abhängt

$$c_V = a_V \left(1 - \kappa_V \left(\frac{N - Z}{N + Z} \right)^2 \right). \quad (3.42)$$

Im ladungsequilibrierten Fall, d.h. falls die Ladungsasymmetrie gleich der Massenasymmetrie ist, trägt die Volumenenergie zur Gesamtenergie nichts bei. Die Ursache liegt in der fehlenden Deformationsabhängigkeit. Für einen beliebigen Zerfall hat man jedoch trotz Volumenerhaltung einen nichtverschwindenden Beitrag.

Neben der Volumenenergie trägt auch der Wigner-Term sowohl zum LDM als auch zum Yukawa-plus-Exponential-Modell bei. In der LDM-Version nach Myers und Swiatecki ist er gegeben durch die Beziehung

$$E_W = -c_W \cdot \exp\left(-d_W \left|\frac{N-Z}{N+Z}\right|\right) \quad . \quad (3.43)$$

In dieser Abhängigkeit spiegelt sich ein systematischer Knick in der Nukleon-Abhängigkeit der Massenformel für Kerne mit $A \leq 50$ wider. Der beim Yukawa-plus-Exponential-Modell gewählte Ansatz hat eine leicht modifizierte Form, wir erkennen aber auch hier die explizite Isospin-Abhängigkeit wieder (vgl. auch [75])

$$E_W = W \cdot \left(\left|\frac{N-Z}{N+Z}\right| + d\right) \quad . \quad (3.44)$$

Die Größen c_W , d_W und W entsprechen dabei Konstanten, die an das Experiment angepaßt wurden (vgl. [72]), und für d gilt

$$d = \begin{cases} 1/A & , \text{ falls } Z = N \text{ ungerade} , \\ 0 & , \text{ sonst} . \end{cases} \quad (3.45)$$

Der Faktor d trägt also der Tatsache Rechnung, daß die Wigner-Energie bei leichten Kernen einen höheren Beitrag liefert als bei schwereren.

Vier weitere, nicht explizit deformationsabhängige Terme beschreiben im Yukawa-plus-Exponential-Modell die mittleren Kerneigenschaften. Der Beitrag E_{el} ([76]) berücksichtigt effektiv den Einfluß, der durch die Bindung der Elektronen bedingt ist. Er wird üblicherweise angenähert durch die Beziehung

$$E_{el} = a_{el} \cdot Z^{2.39} \quad , \quad (3.46)$$

wobei aus der Größe von $a_{el} = -1.433 \cdot 10^{-5} \text{ MeV}$ folgt, daß dieser Beitrag von untergeordneter Bedeutung ist.

Neben dem bereits erwähnten Korrekturbeitrag E_d zur Coulomb-Energie, der die räumliche Ausdehnung des Kernrandes berücksichtigt, wollen wir nun

zwei weitere Coulomb-Korrekturen behandeln. Aufgrund der endlichen Größe des Protons erfährt das Coulomb-Potential zwischen zwei Protonen eine Modifikation ([77]). Diese schlägt sich in einem mittleren Korrektur-Faktor bei der Energie nieder, der die Form

$$E_{pff} = -\frac{1}{8} \frac{r_p^2 e^2}{r_0^2} \left[\frac{145}{48} - \frac{327}{2880} (k_F r_p)^2 + \frac{1527}{1209600} (k_F r_p)^4 + \dots \right] \frac{Z^2}{A} \quad (3.47)$$

hat und üblicherweise als der Proton-Form-Faktor bezeichnet wird. Es entspricht $r_p = 0.80 \text{ fm}$ dem mittleren Proton-Radius, und für die Wellenzahl k_F gilt

$$k_F = \left(\frac{9\pi Z}{A} \right)^{1/3} \cdot \frac{1}{r_0} \quad (3.48)$$

Als weiteren Korrekturterm hat man ferner den durch die Coulomb-Wechselwirkung bedingten Austauschterm der Protonen ([44]) zu berücksichtigen. Für diesen gilt

$$E_{exc} = -\frac{5}{4} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{2/3} \frac{Z^{4/3}}{A^{1/3}} \quad (3.49)$$

Ausgehend von der Droplet-Darstellung der Massenformel in Form einer Reihenentwicklung in A -Potenzen haben wir im allgemeinen Fall auch den Beitrag A^0 zu berücksichtigen. Dies geschieht im Rahmen des Yukawa-plus-Exponential-Modells durch den Term

$$E_{A^0} = c_0 \cdot A^0 \quad , \quad (3.50)$$

wobei $c_0 = 6.4 \text{ MeV}$ ist.

Als letzten Beitrag haben wir schließlich noch den aus der Systematik der Separationsenergien deduzierten Paarungsenergie-Term zu beachten. Er wird als eine empirische Korrektur hinzugefügt und trägt der Tatsache Rechnung, daß gg-Kerne eine besonders hohe und uu-Kerne eine besonders niedrige Bindungsenergie haben. Folgende Beziehung ist für ihn ermittelt worden

$$E_{pai} = \begin{cases} \Delta - \frac{1}{2}\delta & , \text{ falls } Z \text{ und } N \text{ ungerade} , \\ \frac{1}{2}\delta & , \text{ falls } Z \text{ oder } N \text{ ungerade} , \\ -\left(\Delta - \frac{1}{2}\delta\right) & , \text{ falls } Z \text{ und } N \text{ gerade} . \end{cases} \quad (3.51)$$

Für die Hilfsgrößen gilt dabei

$$\Delta = 12 \text{ MeV}/\sqrt{A} \quad (3.52)$$

und

$$\delta = 20 \text{ MeV}/A \quad . \quad (3.53)$$

Wegen des binären Charakters vernachlässigen wir diesen Term bei unseren Betrachtungen des ladungsequilibrierten Falls, da dort die Nukleonenzahlen im allgemeinen nicht mehr ganzzahlig sind.

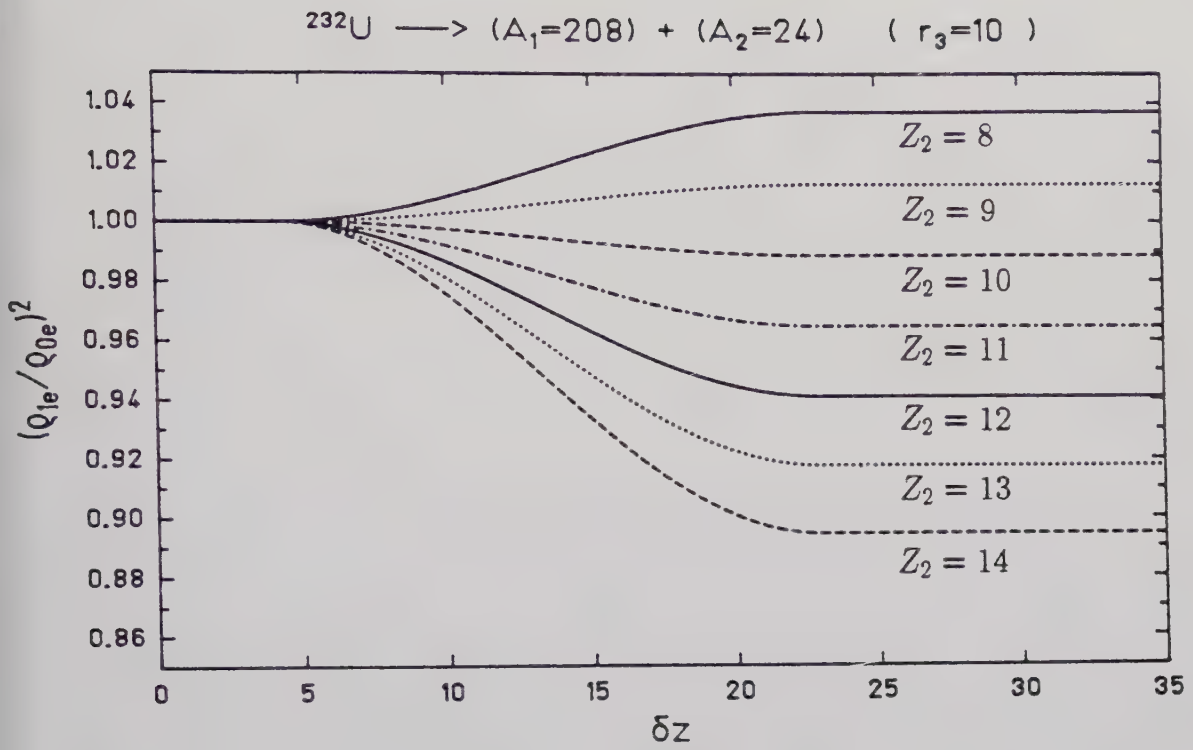


Abb. 3.15 : Gegenüberstellung des Verhältnisses $(\rho_{1e}/\rho_{0e})^2$ für verschiedene Ladungskanäle bei gleichem Massenkanal $^{232}\text{U} \longrightarrow (A_1^f = 208) + (A_2^f)$.

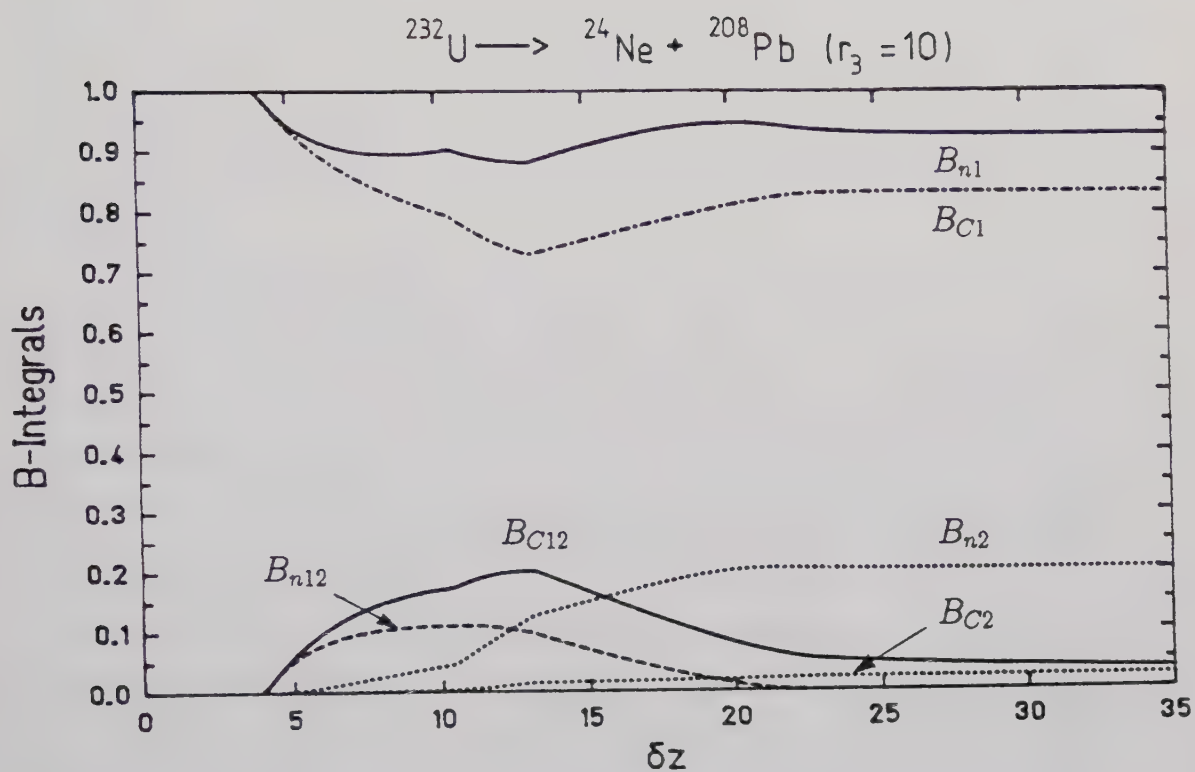


Abb. 3.16 : Abhängigkeit der B -Integrale aus Gleichung (3.32) und (3.35) vom Zentrenabstand, dargestellt für den Zerfall von ^{232}U .

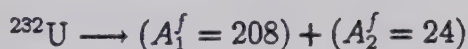
3.3 Der Einfluß des Neck-Freiheitsgrades

In den vorangegangenen Abschnitten sind wir auf die allgemeine Form des Potentials eingegangen. Im Mittelpunkt stand dabei die Einführung des Ladungsasymmetrie-Freiheitsgrades, d.h. die Erweiterung der entsprechenden Gleichungen auf den allgemeinen Fall eines Zerfalls in beliebige Fragmentkombinationen. Nach diesen vorbereitenden Ausführungen sind wir nun in der Lage, die daraus resultierenden Ergebnisse zu diskutieren. In diesem Abschnitt legen wir den Schwerpunkt auf die Behandlung der stark asymmetrischen Spaltung. Von besonderem Interesse ist für uns dabei der Einfluß des Neck-Freiheitsgrades auf den Spaltpfad.

Wie wir im letzten Kapitel gesehen haben, spielt der Neck-Parameter eine zentrale Rolle bei der bimodalen Spaltung. Durch die Behandlung des Necks, des Zentrenabstandes und der Massenasymmetrie konnten wir sowohl die Verteilungen der totalen kinetischen Energien als auch die gemessenen Breiten der Massenverteilungen erklären. Unter diesem Gesichtspunkt stellt sich sofort die Frage nach dem Einfluß des Necks bei der stark asymmetrischen Spaltung. Wie aus den folgenden Überlegungen ersichtlich ist, können wir auch hier einen ähnlichen Neck-Einfluß beobachten.

Betrachten wir als erstes die Vielfalt möglicher Kernformen, die durch das neue Modell beschrieben werden. Abbildung 3.17 stellt das gesamte Spektrum der Massenasymmetrie vor : Für den ^{232}U -Kern ist dort bei einem festgehaltenen Neck-Parameter ($c_3 = 1 \text{ fm}^{-1}$) ein Ausschnitt aus der Zentrenabstand-Massenasymmetrie-Ebene dargestellt. Wir erkennen bei einem festen Zentrenabstand, z.B. bei $\delta z = 10 \text{ fm}$, daß der gesamte Asymmetriebereich bis hin zum α -Zerfall vom Modell abgedeckt wird. Die Probleme des ATCSM bei kleinen Zentrenabständen und großen Asymmetrien sind hier überwunden.

Betrachten wir nun einen bestimmten Zerfallskanal, so kommen wir zwangsläufig zum Neck-Parameter. In Abbildung 3.18 ist ein Teil der Zentrenabstand-Neck-Ebene für den Reaktionskanal



analog zur Abbildung 3.17 aufgetragen. Die auftretenden Kernformen erinnern an Abbildung 2.8 von Seite 13 : Bei einem festgehaltenen Zentrenabstand be-

schreibt der Neck-Parameter auch hier einerseits das Einschnüren des Kerns, andererseits werden für negative c_3 -Werte Kernformen mit ellipsoidaler Deformation erzeugt. Dieser charakteristische Verlauf folgt natürlich unmittelbar aus der Definition von c_3 , die an ε orientiert ist. Zwei Charakteristiken des Modells seien an dieser Stelle gesondert herausgehoben : Wir erkennen in Abbildung 3.18, daß durch die Bedingung der Volumenerhaltung für negative Neck-Werte Kern-Konfigurationen nur bis zu einem bestimmten Zentrenabstand möglich sind. Weiterhin ist mit $r_3 = 0$, d.h. $c_3 = \infty$, der Grenzfall möglicher Konfigurationen ohne einen verbindenden Neck erreicht. In diesem Fall weist die Kern-Parametrisierung zwar keine Unstetigkeit auf, jedoch hat der dadurch implizierte Verlauf der Kerndichte eine unwahrscheinliche Form.

Erwähnt sei an dieser Stelle auch, daß der oben angesprochene Grenzfall der Kern-Parametrisierung entspricht, die bisher in der Literatur benutzt wurde, um die Vorhersagen der Lebensdauer stark asymmetrischer Zerfälle zu berechnen ([78-80]). Mit dem neuen Modell ist somit eine Verallgemeinerung des bisherigen eindimensionalen Ansatzes erreicht worden, auf die wir im folgenden eingehen wollen. Analog zum letzten Kapitel legen wir den Schwerpunkt auf die Betrachtung des Potentials, das — wie wir gesehen haben — einen dominierenden Einfluß auf das Reaktionsgeschehen ausübt.

In welcher Form sich der Neck-Einfluß auf das Potential auswirkt geht aus den Abbildungen 3.19 und 3.20 hervor. Für ausgewählte Neck-Parameter sind dort die Potentiale E_{LDM} und E_{Y+E} als Funktion des Zentrenabstandes aufgetragen. Durch diese Gegenüberstellung wird gleichzeitig der Unterschied zwischen dem Liquid-Drop- und dem Yukawa-plus-Exponential-Modell deutlich.

Als erstes wollen wir den Spezialfall der Parametrisierung ohne Neck, d.h. den Fall $r_3 = 0$ behandeln. Aufgrund der Parametrisierung ist es offensichtlich, daß in diesem Fall die Kernoberfläche mit wachsendem Zentrenabstand zunimmt und ab dem Spalt punkt für getrennte Fragmente konstant bleibt, siehe auch Abbildung 3.21. Dies hat zur Folge, daß die Oberflächenenergie des LDM am Spalt punkt bei δz_S einen Knick aufweist, der sich direkt in der Potentialform, siehe Abbildung 3.19, niederschlägt. Anders verhält es sich mit dem Yukawa-plus-Exponential-Modell : Der Beitrag der Oberflächenenergie ist dort nicht direkt durch die Kern-Oberfläche sondern durch ein Faltungsintegral gegeben, das — wie wir bereits im letzten Abschnitt bemerkten — ein "glattes" Defor-

mationsverhalten hat. Neben der unterschiedlichen Potentialform fällt weiterhin auf, daß auch die Potentialhöhe des E_{Y+E} deutlich unterhalb vom LDM-Wert liegt. Abschließend sei hier noch auf die Position des Potentialmaximums hingewiesen: Beim LDM fällt es für $r_3 = 0$ auf den Spaltpunkt, der durch einen Pfeil markiert ist. Das Maximum des E_{Y+E} wird hingegen, siehe Pfeil, für getrennte Kernformen erreicht und spiegelt so die attraktive Kern-Wechselwirkung wider.

Betrachten wir nun Kern-Konfigurationen mit endlichem Neck, d.h. $r_3 \neq 0$, so beobachten wir eine deutliche Änderung der Potentialform. Zum einen sinkt das Potentialmaximum, zum anderen wird die Barriere breiter. Die wesentliche Ursache liegt im Wechselspiel zwischen der Coulomb- und der (modifizierten) Oberflächenenergie. Einen Eindruck davon bekommt man aus Abbildung 3.21, in der für verschiedene Neck-Radien r_3 die zugehörigen Oberflächen in Abhängigkeit vom Zentrenabstand aufgetragen sind. Deutlich sichtbar ist für positive Neck-Parameter ein Maximum in der Oberflächenfunktion, die asymptotisch in den Fall zweier getrennter, sphärischer Fragmente übergeht. Bei negativen Neck-Parametern, durch negative Neck-Radien r_3 angedeutet, wird der begrenzende Einfluß der Volumenerhaltung am Abknicken der Funktion erkennbar.

Nach diesen Ausführungen stellt sich nun die Frage nach dem tatsächlichen Spaltpfad, der von einem Kern beim stark asymmetrischen Zerfall eingenommen wird. Verläuft er, wie in der Literatur implizit angenommen, ohne Ausbildung eines Necks, d.h. als eine eindimensionale δz -Bewegung, oder ist er vielmehr durch einen Pfad im höherdimensionalen Konfigurationsraum Neck-Zentrenabstand (-Massenasymmetrie-Ladungasymmetrie) gegeben. Um diese Frage zu beantworten, betrachten wir im ersten Schritt die zweidimensionale Darstellung des Potentials in Abbildung 3.22. Dort ist für die gemessene Reaktion



das E_{Y+E} -Potential in der Neck-Zentrenabstands-Ebene als Kontur-Plott dargestellt. Die in Abbildung 3.18 aufgeführten Kernformen repräsentieren in etwa diesen c_3 - δz -Bereich. Wir erkennen am konstanten, c_3 -unabhängigen Verlauf des Potentials bei kleinen und großen Zentrenabständen die asymptotischen Grenzfälle des sphärischen Compoundkerns sowie das Gebiet zweier getrennter, sphärischer Fragmente. Für negative Neck-Werte ist ferner der unphysikalische

Bereich ohne Volumenerhaltung abgegrenzt. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß das Potential in zwei Gebieten Maximalwerte erreicht : Das eine (obere) Gebiet erstreckt sich über Zentrenabstände zwischen 12 und 15 fm und Neck-Parameter $c_3 \geq 0.15 \text{ fm}^{-1}$, und setzt sich fort bis hin zum Grenzfall ohne Neck, d.h. $c_3 \simeq \infty$. Der andere Bereich ist charakterisiert durch $c_3 \simeq 0$ und große Zentrenabstände $\delta z \geq 28 \text{ fm}$. Der Verlauf der Maxima ist dabei im wesentlichen um die Separationslinie der Fragmente lokalisiert.

Das entlang der Separationslinie zwischen den Maximalwerten liegende Minimum des Potentials erinnert an den Potentialverlauf bei der bimodalen Spaltung, siehe Abbildung 2.10 von Seite 28. Die Position des Minimums bei kleinen c_3 -Werten legt dabei die Vermutung nahe, daß der tatsächliche Spaltpfad nicht durch eine eindimensionale δz -Bewegung bei $c_3 = \infty$ gegeben ist, sondern durch einen Pfad in der c_3 - δz -Ebene, der wesentlich durch das Minimum bestimmt wird. Der genauere Verlauf ergibt sich aus der Betrachtung des totalen Potentials, d.h. unter Berücksichtigung der Schalenkorrekturen. Bevor wir jedoch dazu übergehen, analysieren wir den modifizierten Liquid-Drop-Anteil, der bereits relevante Aussagen liefert.

Aufgrund der hohen Potentialbarriere bei großen c_3 -Werten ist ein eindimensionaler Spaltkanal in δz -Richtung mit großen Lebenszeiten verbunden. Das die Lebenszeit bestimmende WKB-Integral nimmt für einen Pfad, der erst in δz -Richtung bei negativen Neck-Werten verläuft, um schließlich eine reine Neck-Bewegung durch den Potentialwall durchzuführen, günstigere Werte ein. Das (modifizierte) Liquid-Drop-Potential begünstigt also bei der stark asymmetrischen Spaltung Kernformen, die im Anfangsstadium langgestreckt und ellipsoidal deformiert sind. Die eigentliche Trennung der Fragmente erfolgt bei einem festen Zentrenabstand durch eine Einschnürung des Necks, d.h. durch eine zum Zentrenabstand orthogonal verlaufende Neck-Bewegung.

Entgegengesetzt dazu verhält sich der Kern beim α -Zerfall. Wie in Abbildung 3.23 erkennbar, nimmt das E_{Y+E} -Potential für den α -Zerfall von ^{234}U bei großen Neck-Parametern kleinere Werte ein. Das Maximum des Potentials ist hier auf einem Gebiet bei kleinen Neck-Werten lokalisiert, so daß der günstigste Spaltpfad durch eine eindimensionale δz -Bewegung bei großen c_3 -Werten charakterisiert werden kann.

Aus diesen Beobachtungen läßt sich die Aussage deduzieren, daß das (mo-

difizierte) Liquid-Drop-Potential beim α -Zerfall, oder allgemein beim Zerfall in ein sehr leichtes, α -ähnliches Fragment, Kernformen ohne ausgeprägten Neck bevorzugt. Wird das emittierte Fragment jedoch schwerer, so bildet sich bei der Spaltung ein deutlicher Neck aus, und wir haben es mit einer zusammengesetzten Zentrenabstands-Neck-Bewegung zu tun.

Diese Aussage wird durch Abbildung 3.24 bestätigt, die den ebenfalls vermessenen Zerfallskanal



darstellt. Ähnlich wie in Abbildung 3.22 hat das Potential auch hier zwei Maxima entlang der Separationslinie. Es zeigt sich jedoch, daß das Maximum bei größeren c_3 -Werten ausgeprägter ist, so daß die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall bei $c_3 = \infty$ weiter sinkt, während der Kanal bei kleinen c_3 -Werten dominiert.

Die oben gemachte Aussage bezüglich der Neck-Abhängigkeit des Spaltpfades bei stark asymmetrischer Spaltung erfährt keine wesentliche Modifikation, wenn man statt des (modifizierten) Liquid-Drop-Anteils die Gesamtenergie mit Schalenkorrekturen betrachtet. Durch den Einfluß der Schaleneffekte bildet sich bei $c_3 \simeq 0$ und $\delta z \simeq 7\text{ fm}$ das Grundzustandsminimum aus, siehe Abbildung 3.25 entnommen aus [81]. Der dort dargestellte Ausschnitt aus der c_3 - δz -Fläche behält jedoch die prinzipielle Neck-Struktur des Potentials bei, so daß wir die obige Aussage als bestätigt ansehen können.

Bezüglich der Vorhersagen stark asymmetrischer Zerfälle können wir also abschließend sagen, daß sie eine sehr gute effektive Näherung an den Potentialverlauf darstellen. Deren Erfolg basiert letztlich aber auch an der Anpassung der dort benutzten Vibrationsenergien an die experimentell bestimmten Schalenkorrekturen.

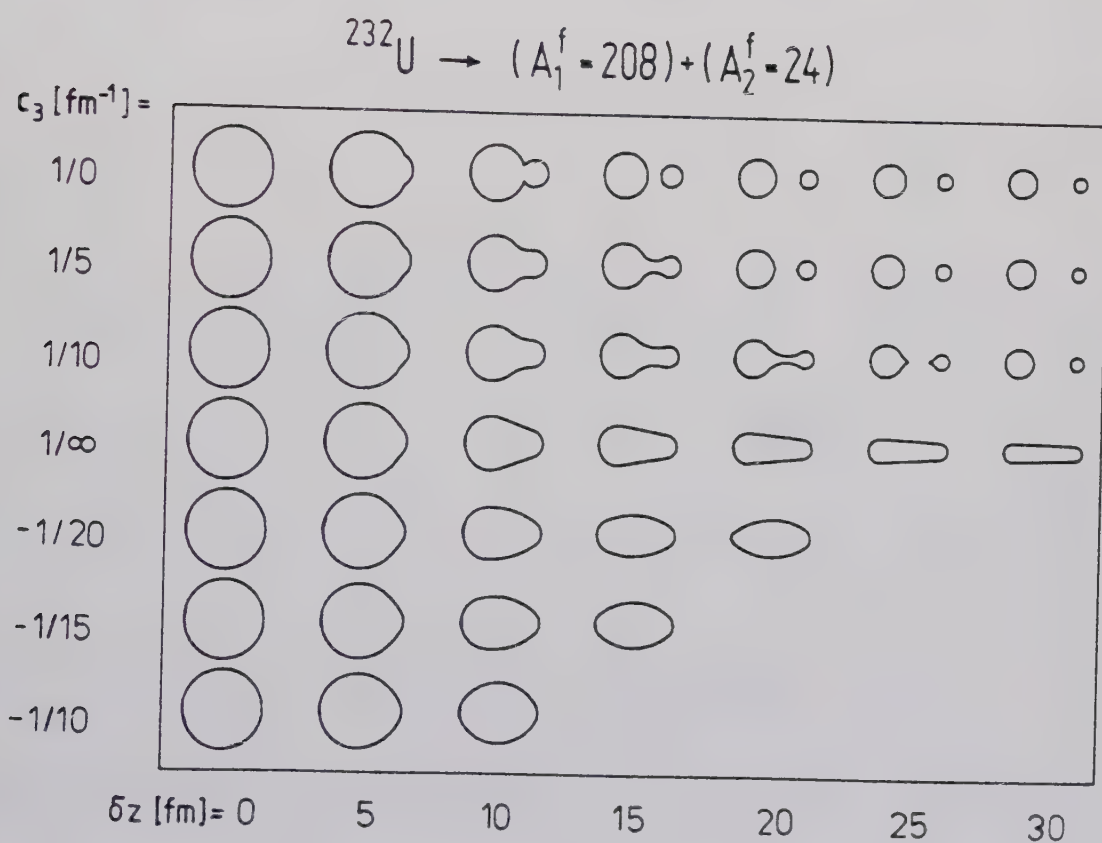
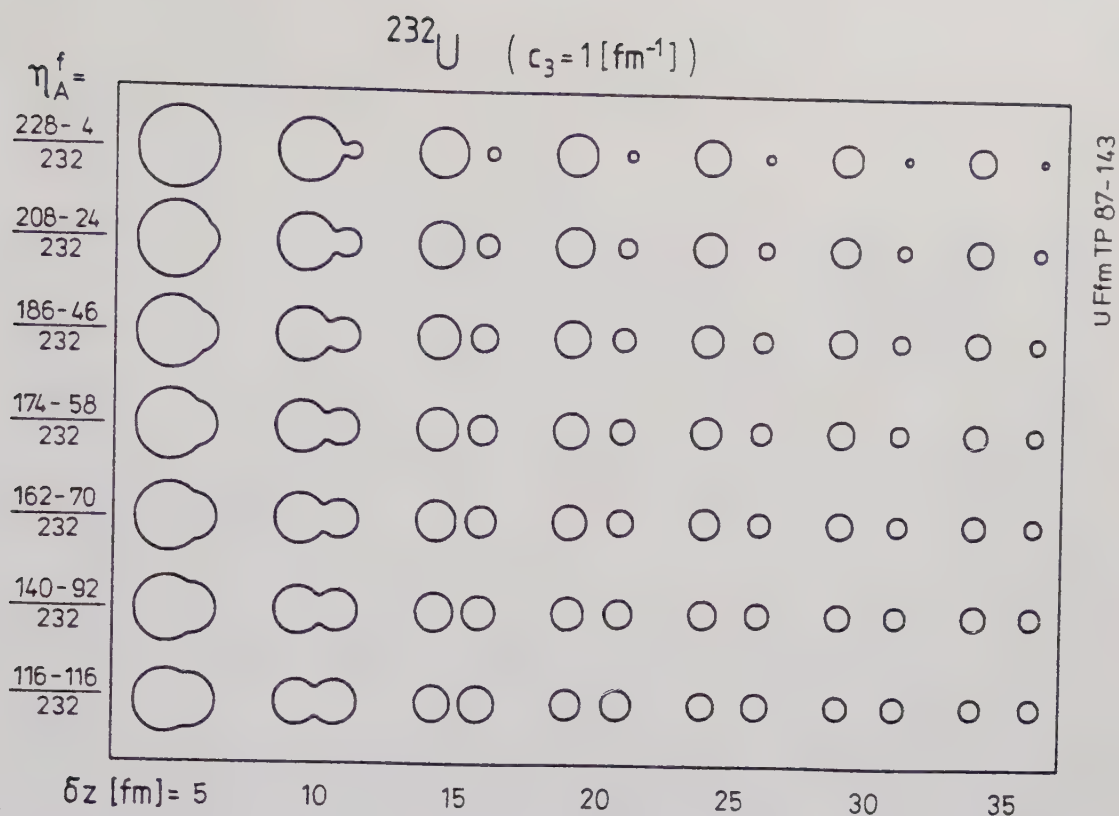


Abb. 3.17 : Ausschnitt aus der $\delta z - \eta_A^f$ -Ebene mit der Darstellung der zugehörigen Kernformen bei ^{232}U .

Abb. 3.18 : Darstellung der Kernformen aus der $\delta z - c_3$ -Ebene für den Reaktionskanal $^{232}\text{U} \rightarrow (A_1^f = 208) + (A_2^f = 24)$.

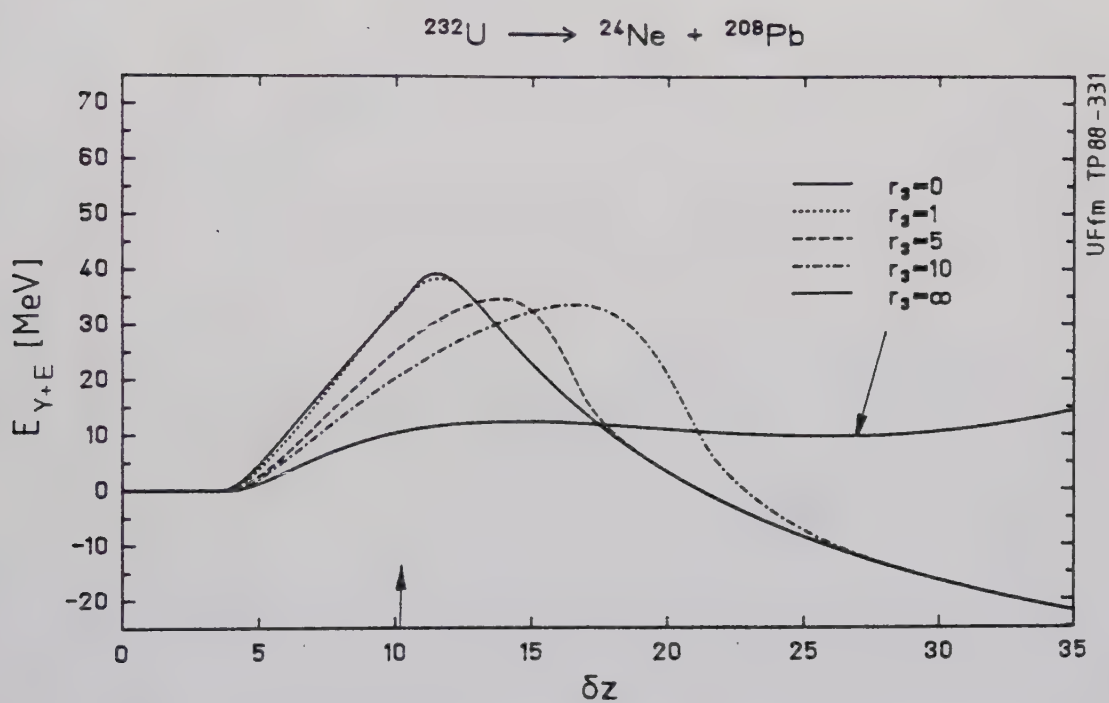
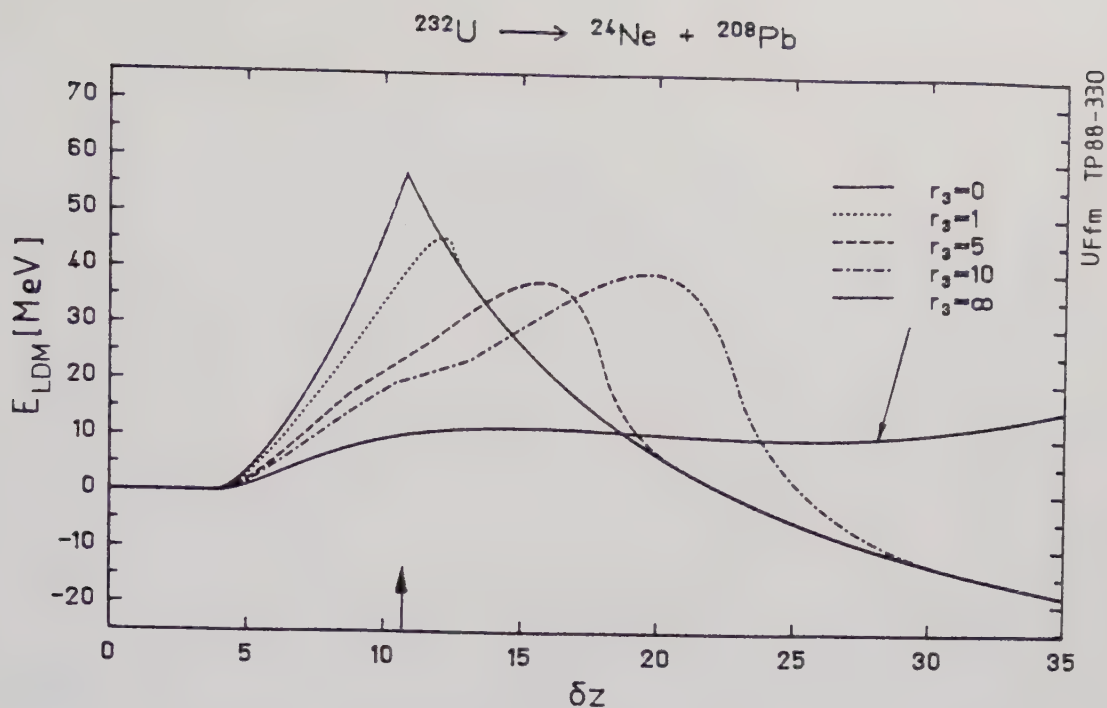


Abb. 3.19 : E_{LDM} in Abhängigkeit vom Zentrenabstand δz bei festen Neck-Werten, dargestellt für den Zerfall $^{232}\text{U} \longrightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$.

Abb. 3.20 : Wie Abb. 3.19, jedoch mit E_{Y+E} .

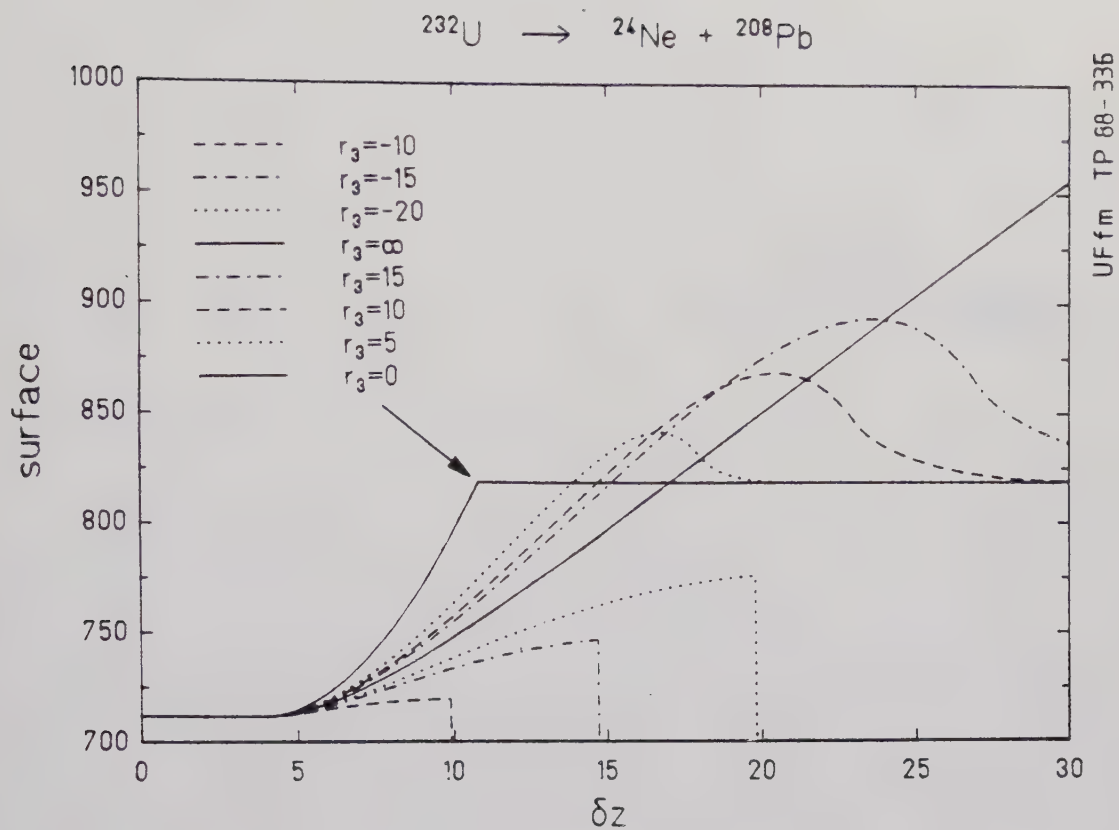


Abb. 3.21 : Abhängigkeit der Kernoberfläche vom Zentrenabstand bei festgehaltenem Neck. Parameter wie in Abb. 3.19.

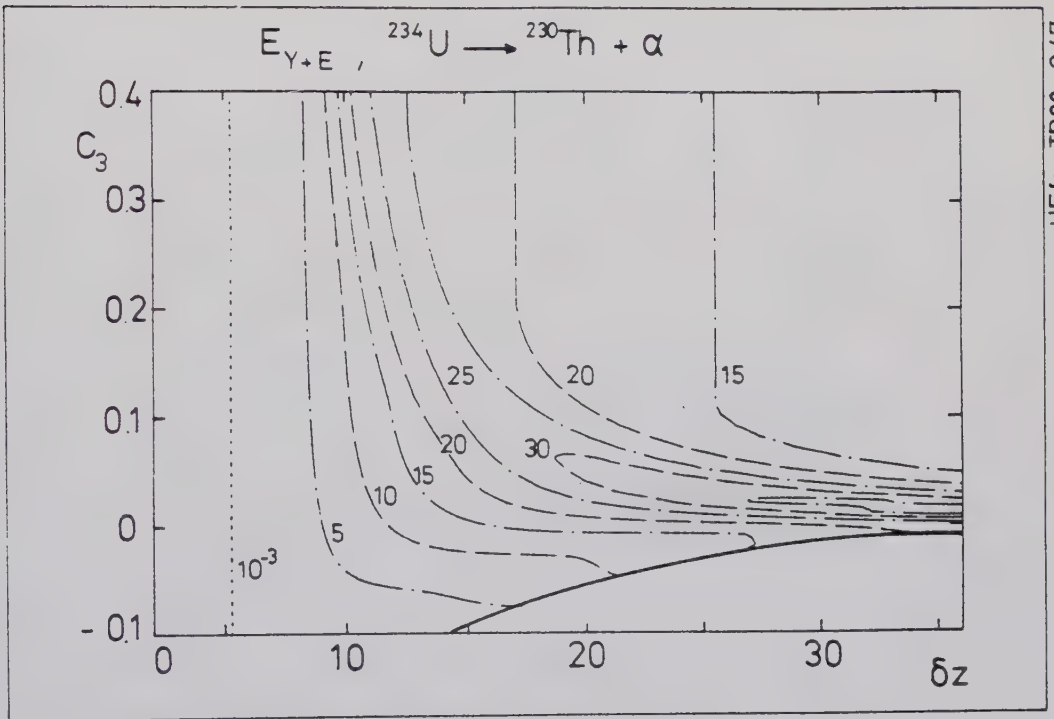
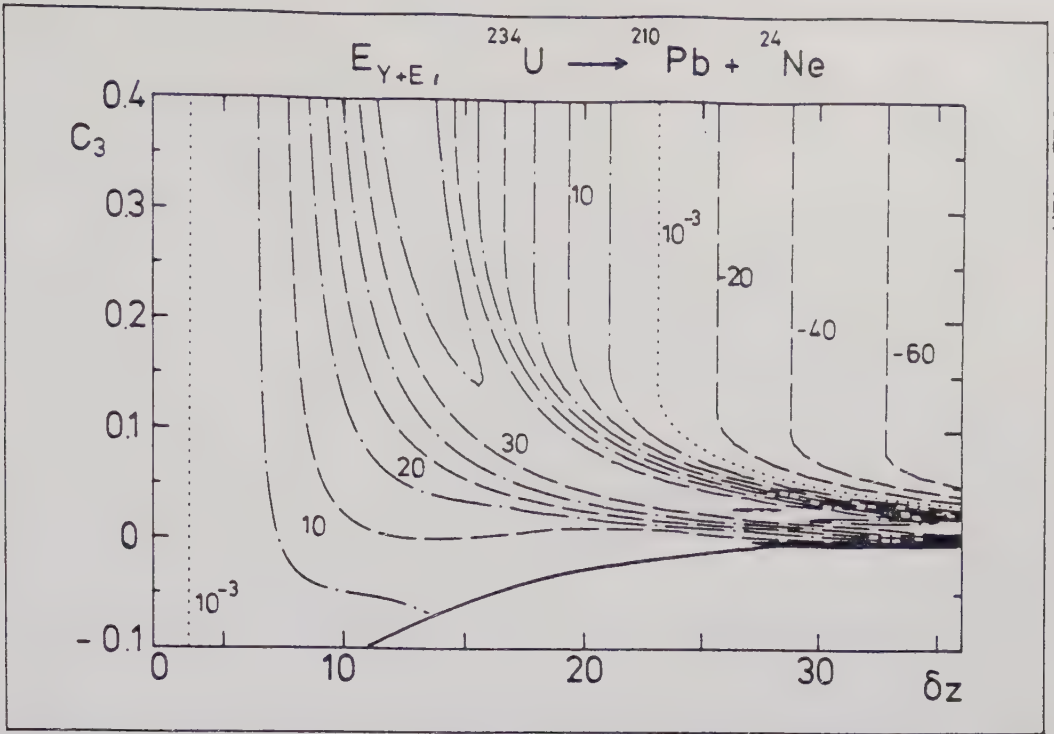


Abb. 3.22 : Kontur-Diagramm des E_{Y+E} -Potentials in der Neck-Zentrenabstands-Ebene, dargestellt für die Reaktion ${}^{234}\text{U} \rightarrow {}^{24}\text{Ne} + {}^{210}\text{Pb}$.

Abb. 3.23 : Wie Abb. 3.22, jedoch für den α -Zerfall.

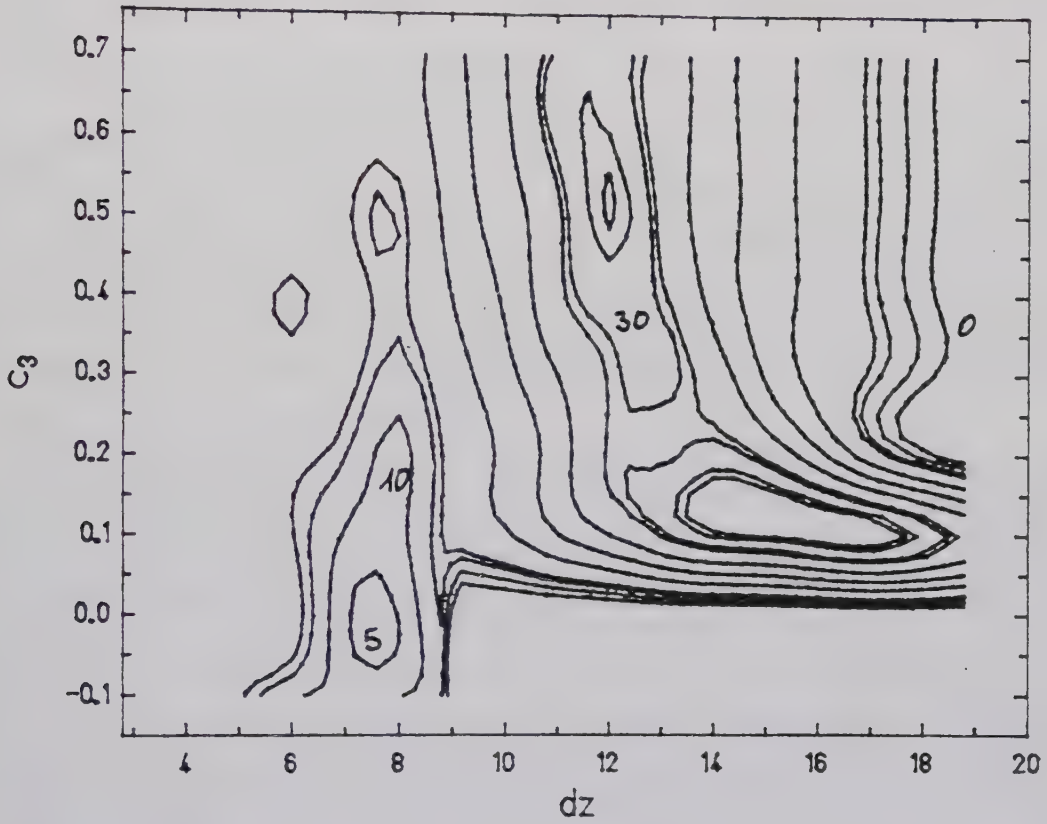
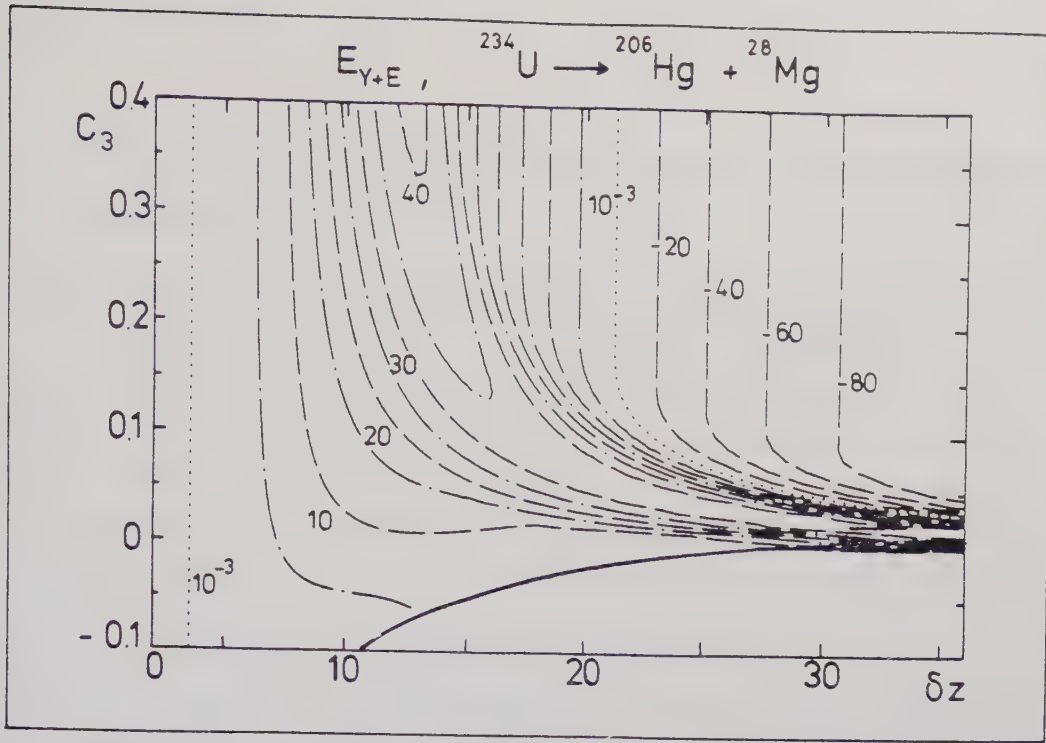


Abb. 3.24 : Wie Abb. 3.22, jedoch für die Reaktion ${}^{234}\text{U} \rightarrow {}^{28}\text{Mg} + {}^{206}\text{Hg}$.

Abb. 3.25 : Kontur-Diagramm der Gesamtenergie in der c_3 - δz -Ebene, dargestellt für den Zerfall ${}^{232}\text{U} \rightarrow {}^{24}\text{Ne} + {}^{208}\text{Pb}$ (aus [81]).

3.4 Der Einfluß der Massen- und der Ladungsasymmetrie

Nachdem wir durch die Ausführungen im letzten Abschnitt gezeigt haben, daß der Neck-Parameter nicht nur bei der symmetrischen, sondern auch bei der stark asymmetrischen Spaltung eine wichtige Rolle spielt, wollen wir in diesem Abschnitt den Schwerpunkt auf die Behandlung der Massen- und Ladungsasymmetrie legen. Unser Interesse gilt auch hier in erster Linie der sogenannten kalten Spaltung, d.h. wir interessieren uns für Spaltereignisse ohne innere Anregung der Fragmente. Den kalten Spaltprozeß fassen wir also auf als einen Umordnungsprozeß des Grundzustandes eines Systems mit Z Protonen und A Nukleonen in zwei Grundzustände mit jeweils Z_1 bzw. Z_2 Protonen und A_1 bzw. A_2 Nukleonen. Wir versuchen dabei einen vereinheitlichenden Standpunkt einzunehmen, indem wir sowohl die stark asymmetrischen Spaltereignisse als auch die Spaltung bei kleinen Asymmetrien beschreiben wollen.

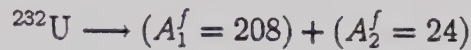
In Abbildung 3.17 von Seite 80 haben wir mit unserer neuen Parametrisierung den gesamten Bereich der Massenasymmetrien beschrieben. Vom α -Zerfall bis hin zur symmetrischen Spaltung ist dort das gesamte Spektrum des binären Zerfalls dargestellt. Um nun die Frage nach dem wahrscheinlichsten Zerfallskanal zu beantworten, müssen wir, wie bereits in Kapitel 2 dargestellt, die zugehörige Potentialenergiefläche berechnen. Aus der Struktur des Potentials, d.h. aus der Lage der Potentialminima läßt sich dann in bekannter Weise auf einen Massen- und Ladungskanal schließen.

Betrachten wir als erstes den modifizierten Liquid-Drop-Anteil E_{Y+E} an der Gesamtenergie. In Abbildung 3.26 und 3.27 ist für den ladungsequilibrierten Fall, d.h. für $\eta_Z^f = \eta_A^f$, der E_{Y+E} -Verlauf bei ^{232}U als Funktion der Massenasymmetrie η_A^f und des Zentrenabstandes δz aufgetragen. Aus der Kontur-Darstellung in Abbildung 3.26 erkennen wir das für den Liquid-Drop typische Minimum der Barriere bei Symmetrie. Daneben tritt für hohe Asymmetrien bei $\eta_A^f \simeq 1$ ein weiteres Minimum auf, das zum α -Zerfall gehört. Die dreidimensionale Darstellung in Abbildung 3.27 veranschaulicht durch die fehlende η_A^f -Abhängigkeit bei kleinen Zentrenabständen, daß der Kern dort eine sphärische Gestalt annimmt, und es wird ferner deutlich, daß der zu durchtunnelnde Potentialwall beim α -Zerfall kleiner als bei der symmetrischen Spaltung ist. Die

daraus resultierende kürzere Halbwertszeit für den α -Zerfall ist damit — ohne Berücksichtigung der Schalenkorrekturen — angedeutet.

Die glatte η_A^f -Abhängigkeit von E_{Y+E} im ladungsequilibrierten Fall erlaubt uns im Hinblick auf die stark asymmetrische Spaltung jedoch noch keine weitergehenden Rückschlüsse. Insbesondere die Frage nach Zerfallskanälen mit Reaktionspartnern, die deutlich schwerer als ein α -Teilchen sind, läßt sich daraus nicht positiv beantworten : Für die gemessene Spaltung von ^{232}U in den doppelt magischen ^{208}Pb Kern und ^{24}Ne , die einer Massenasymmetrie $\eta_A^f = 0.793$ entspricht, erreicht die modifizierte Liquid-Drop-Energie Maximalwerte. Um die Beschreibung zu vervollständigen, müssen wir also sowohl die Ladungsasymmetrie als auch den Einfluß der Schalenkorrekturen berücksichtigen. Im folgenden gehen wir gesondert auf diese Beiträge ein und untersuchen gleichzeitig Zerfallsereignisse mit geringeren Asymmetrien.

Wie dominierend die Ladungsasymmetrie das Spaltgeschehen beeinflusst ist aus den Abbildungen 3.28 und 3.29 ersichtlich ([82]). Für den Massenkanal



ist dort die E_{Y+E} -Energie in Abhängigkeit von η_Z^f und δz als Kontur-Plott und in einer dreidimensionalen Ansicht dargestellt. An der fehlenden η_Z^f -Abhängigkeit bei kleinen Zentrenabständen manifestieren sich die dort vorherrschenden Ein-Zentren-Konfigurationen. Unabhängig vom Ladungskanal entspricht die Energie dem equilibrierten Wert, da in diesem Konfigurationsbereich die einzelnen Fragmente ihre Ladungs-Identitäten noch nicht eingenommen haben.

Geht man über zu größeren Zentrenabständen, so wechselt der E_{Y+E} -Verlauf bis er schließlich in einer parabolischen η_Z^f -Abhängigkeit mündet. Dieses Verhalten wird verständlich, wenn wir den im wesentlichen verantwortlichen Coulomb-Anteil in Gleichung (3.32) von Seite 66 betrachten und den Verlauf der Ladungsdichten, wie sie in Abbildung 3.15 von Seite 73 dargestellt sind, berücksichtigen.

An der Barriere weist die E_{Y+E} -Energie, ähnlich wie E_{LDM} , einen Sattelpunkt auf mit einem η_Z^f -Minimum bei 0.783. Dieser Wert entspricht dem gemessenen ^{24}Ne -Kanal, so daß wir hier bereits durch den (modifizierten) Liquid-Drop den richtigen Zerfall bekommen. Andere Ladungskombinationen liegen energetisch höher und sind somit für den Zerfall unwahrscheinlicher.

In analoger Weise läßt sich bei jedem Massenkanal ein optimaler Ladungskana-

nal durch Minimierung von E_{Y+E} an der Barriere finden. In Abbildung 3.30 sind die so bestimmten wahrscheinlichsten Spaltprodukte von ^{232}U in der N - Z -Ebene für gerade A_1 - A_2 -Konfigurationen dargestellt. Die Dreiecke gehören dabei zum ersten (schwereren) Partner, während die Kreise das zweite, emittierte Fragment andeuten. Die experimentell gemessenen α - und ^{24}Ne -Fragmente, sowie die komplementären Partner sind durch Pfeile markiert.

Bei der Betrachtung der optimalen Kombinationen fällt auf, daß der Verlauf im wesentlichen durch eine Gerade approximiert werden kann, die zum ladungsequilibrierten Fall gehört. Die Abweichungen folgen aus der Ganzzahligkeit der Nukleonenzahl, die für $\eta_Z^f = \eta_A^f$ im allgemeinen nicht erfüllt ist. Abschließend sei noch bemerkt, daß eine Änderung der Massenasymmetrie in diesem Diagramm einer Bewegung entlang der Geraden entspricht, während eine Variation der Ladungsasymmetrie orthogonal dazu verläuft.

Nachdem wir den prinzipiellen Einfluß des Ladungsasymmetrie-Freiheitsgrades dargestellt haben, wollen wir uns im folgenden wiederholt der Massenasymmetrie zuwenden. Unter Berücksichtigung der Ladungsasymmetrie können wir nun die η_A^f -Struktur der E_{Y+E} -Energie betrachten. Abbildung 3.31 stellt die η_A^f -Abhängigkeit sowohl für den ladungsequilibrierten Fall als auch für die in Abbildung 3.30 minimierten η_Z^f -Werte dar. Der Verlauf gibt einen Schnitt durch die η_A^f - δz -Ebene bei dem Zentrenabstand $\delta z = 12 \text{ fm}$, der etwa entlang der Barrierenhöhe verläuft. Als Abszisse ist die Massenzahl A_2 des emittierten Fragments aufgetragen. Die glatte Abhängigkeit für $\eta_Z^f = \eta_A^f$ liegt im wesentlichen an der Tatsache, daß die Nukleonenzahlen nicht ganzzahlig sind. Sie bewirkt, wie wir oben diskutierten, daß außer dem symmetrischen nur der α -Zerfall ausgezeichnet ist. Anders verhält es sich mit dem minimierten Fall: Die Ganzzahligkeit führt zu einer reichhaltigen Struktur, die eine Vielzahl möglicher Zerfallskanäle offenbart. Der gemessene ^{24}Ne -Kanal ist durch einen Pfeil angedeutet, er ist aber in keiner Weise vor anderen möglichen Kanälen ausgezeichnet. Dies wird auch bestätigt, wenn wir den gesamten δz -Bereich in Abbildung 3.32 betrachten. Ähnlich wie in Abbildung 3.27 ist auch hier der Neck-Parameter festgehalten ($c_3 = 1$), und wir erkennen, daß im Innenbereich bei Ein-Zentren-Konfigurationen sich die beiden Potentiale nicht unterscheiden.

Es ist offensichtlich, daß wir aus dem (modifizierten) Liquid-Drop alleine die essentielle Frage nach dem wahrscheinlichsten asymmetrischen Kanal nicht

beantworten können. Es wird also einmal mehr deutlich, daß wir zur vollständigen Beschreibung der Spaltung den Schalenkorrektur-Beitrag benötigen. Abbildung 3.33 (vgl. [81]) stellt bei $\eta_Z^f = \eta_A^f$ die Gesamtenergie für ^{232}U als Polarogramm dar. Im Unterschied zur Abbildung 3.26 erkennen wir hier bei einer Massenasymmetrie von ca. 0.8 ein ausgeprägtes Minimum, das dem Cluster-Zerfall in ^{208}Pb und ^{24}Ne entspricht. Der doppelt magische Schalenabschluß von ^{208}Pb verursacht also ein deutliches Minimum, das dem System diesen Kanal öffnet.

Ein analoges Verhalten beobachtet man ebenfalls bei der Untersuchung der anderen bisher gemessenen Cluster-Radioaktivitäten : Kennzeichnend für alle ist der doppelt magische Schalenabschluß bei $Z = 82$ und $N = 126$, der in der Potentialenergiefläche ein Minimum erzeugt und somit einen Spaltkanal öffnet.

Ein einfaches Kriterium für die Auswahl der wahrscheinlichsten Reaktionspartner mit der kürzesten Lebensdauer stellt die Differenz Δ zwischen der Barrierenhöhe V^{max} (d.h. E_{Y+E} oder E_{LDM}) und dem Q -Wert der Reaktion dar

$$\Delta = V^{max} - Q \quad . \quad (3.54)$$

Diese Beziehung ist im wesentlichen eine Näherung an das WKB-Integral, das die Halbwertszeit bei einem Zerfallskanal mit dem Integral über die Gesamtenergie verknüpft. Der Q -Wert der Reaktion beschreibt hier effektiv den Einfluß der Schalenkorrekturen. Er wird üblicherweise aus experimentellen Massentabellen [83] entnommen. Wir können also die Frage nach dem wahrscheinlichsten Zerfall in guter Näherung durch die Minimierung der Größe Δ , d.h. der Maximierung der Penetrabilität beantworten.

Bei der Vorhersage der Cluster-Radioaktivitäten hat sich gezeigt ([78-79]), daß das Kriterium sehr gut erfüllt wird. Wir wollen im folgenden einen Asymmetrie-Bereich untersuchen, der in Abbildung 3.33 durch den Spaltpfad bei $\eta_A^f \simeq 0.1$ berührt wird. Am Beispiel von ^{234}U und ^{236}U wollen wir dabei das obige Kriterium auf dieses Gebiet verallgemeinern, um einerseits mit bereits vorhandenen experimentellen Daten ([26]) zu vergleichen und andererseits weitergehende Vorhersagen zu treffen. Wir erreichen damit gleichzeitig eine einheitliche Deutung der stark asymmetrischen Cluster-Zerfälle und der kalten Spaltung bei niedrigen Asymmetrien.

Betrachten wir als erstes die Abbildungen 3.34 und 3.35. Sie stellen in Ana-

logie zur Abbildung 3.30 für die Kerne ^{234}U und ^{236}U die Z_2 - A_2 -Kombinationen mit minimalen Potentialwerten dar. Die Kreise repräsentieren dabei die E_{Y+E} -Energie, während die Dreiecke für den E_{LDM} -Beitrag stehen. Vergleichend ist in die Abbildungen auch das Resultat des obigen Kriteriums eingetragen : Die ausgefüllten Kreise bzw. Dreiecke deuten die Kombinationen mit minimalem Δ an. Wir zeichnen dabei das Yukawa-plus-Exponential-Modell wegen der bereits erwähnten vollständigeren Beschreibung des Kerns gegenüber dem Liquid-Drop-Modell aus.

Zwei wesentliche Beobachtungen fallen bei der Betrachtung sofort auf : Zum einen liegen die Kombinationen, ähnlich wie in Abbildung 3.30, entlang einer Geraden, die dem ladungssequilibrierten Fall entspricht. In der Abbildung ist sie mit Z_2^{UCD} bezeichnet, und bei ^{234}U gilt für sie $Z_2^{UCD} = (92/234)A_2$. Zum anderen erkennen wir, daß beide Kriterien ähnliche Resultate liefern. Am Unterschied spiegelt sich letztlich der Einfluß der Schalenkorrekturen wider. Weiterhin wird bei manchen Kanälen die Differenz zwischen dem Liquid-Drop-Ansatz und der Yukawa-plus-Exponential-Erweiterung sichtbar.

Die Abbildungen 3.36 und 3.37 stellen die vollständigen Resultate der E_{Y+E} -Minimierung nach Δ zusammen. Vergleicht man die so erhaltenen optimalen Kombinationen mit experimentellen Z -Werten, die die höchste Ausbeute aufweisen, so stellt man für ^{234}U und für ^{236}U drei Abweichungen fest. Diese Unterschiede sind in den Abbildungen durch unterbrochene Pfeile gekennzeichnet. Für ^{234}U bei $A_2 = 82, 83, 92, 93$ und für ^{236}U bei $A_2 = 88, 98$ und 99 .

Die wesentliche Ursache für die Diskrepanz zwischen den theoretischen Resultaten und den gemessenen A - Z -Werten liegt in der bisherigen experimentellen Realisierung der kalten Spaltung : Die gemessenen kinetischen Energien der Fragmente erreichen nicht die Q -Werte der Reaktionen, so daß die im System vorhandene Restenergie als Anregungsenergie zu einer Verbreiterung der Ladungsverteilungen führt. Es ist also zu erwarten, daß Messungen bei höheren kinetischen Energien Ausbeuten liefern, die zu den in Abbildung 3.36 und 3.37 postulierten A - Z -Werten gehören, da A - Z -Kombinationen mit minimalem Δ , d.h. maximaler Penetrabilität, der kalten Spaltung entsprechen sollten.

In der Literatur wurde bisher für die Auswahl der Reaktionspartner bei der kalten Spaltung ein anderes Kriterium angenommen : Fragment-Kombinationen mit dem höchsten Q -Wert bei einer gegebenen Massenasymmetrie betrachtete

man als die kalten Spaltereignisse. Vergleicht man die bisherigen experimentellen A - Z -Kombinationen mit den höchsten kinetischen Energien der Fragmente, siehe Abbildung 3.38 und 3.39, mit unseren Vorhersagen in Abbildung 3.36 und 3.37, so beobachten wir im Fall von ^{236}U keinen Unterschied. Beide Kriterien liefern gleiche Resultate. Die Situation ändert sich jedoch bei ^{234}U : Die in Abbildung 3.36 durchgezogen gezeichneten Pfeile charakterisieren die Abweichungen zwischen den bisher gemessenen Werten und unserer Vorhersage. Es gilt also durch weitere Experimente die Frage zu klären, ob das von uns vorgeschlagene Kriterium der Minimierung von Δ , d.h. der Maximierung der Penetrabilitäten allgemeingültig ist für die kalte Spaltung im gesamten Asymmetriebereich, oder ob ein prinzipieller Unterschied im Reaktionsmechanismus bei der stark asymmetrischen Spaltung und der Spaltung bei niedrigen Asymmetrien auftritt.

Abschließend wollen wir nun kurz auf die Q -Werte für die nach dem Δ -Kriterium bestimmten Zerfallskanäle eingehen. Die Abbildungen 3.40 und 3.41 stellen die entsprechenden Werte für die oben untersuchten U-Isotope zusammen. Zwei Beobachtungen verdienen hier besonders hervorgehoben zu werden. Als erstes fällt auf, daß der Verlauf der Q -Werte ähnliche Plateaus aufweist wie die Z -Werte. Die eigentliche Beobachtung folgt jedoch aus der Betrachtung der Q -Werte zu festem Z_2 : Die Kombinationen mit dem jeweils größten Q -Wert entsprechen den experimentell gemessenen Kanälen mit den größeren Ausbeuten. Wie aus den Abbildungen ersichtlich ist, sind es für beide U-Isotope die Fragmente ^{84}Se , ^{90}Kr und ^{96}Sr . Nur bei $Z_2 = 40$ erhalten wir für ^{234}U $A_2 = 100$, d.h. ^{100}Zr , und für ^{236}U $A_2 = 102$, d.h. ^{102}Zr . Wir haben dabei teilweise vorausgesetzt, daß bei Kombinationen mit gleichem Z und annähernd gleichen Q -Werten die Präformationswahrscheinlichkeit für ein leichteres Fragment höher liegt als für ein schwereres.

Ein Eindruck von der experimentellen Häufigkeitsverteilung der Fragmente wird in Abbildung 3.42 aus [25] vermittelt. Dort sind die NuklidAusbeuten der leichten Spaltprodukte als Funktion der Kernladungszahl Z_L und der Neutronenzahl N_L bei der (bisher höchsten) kinetischen Energie von 110.55 MeV aufgetragen. Wir erkennen an den Maximas die oben aufgeführten Fragmente.

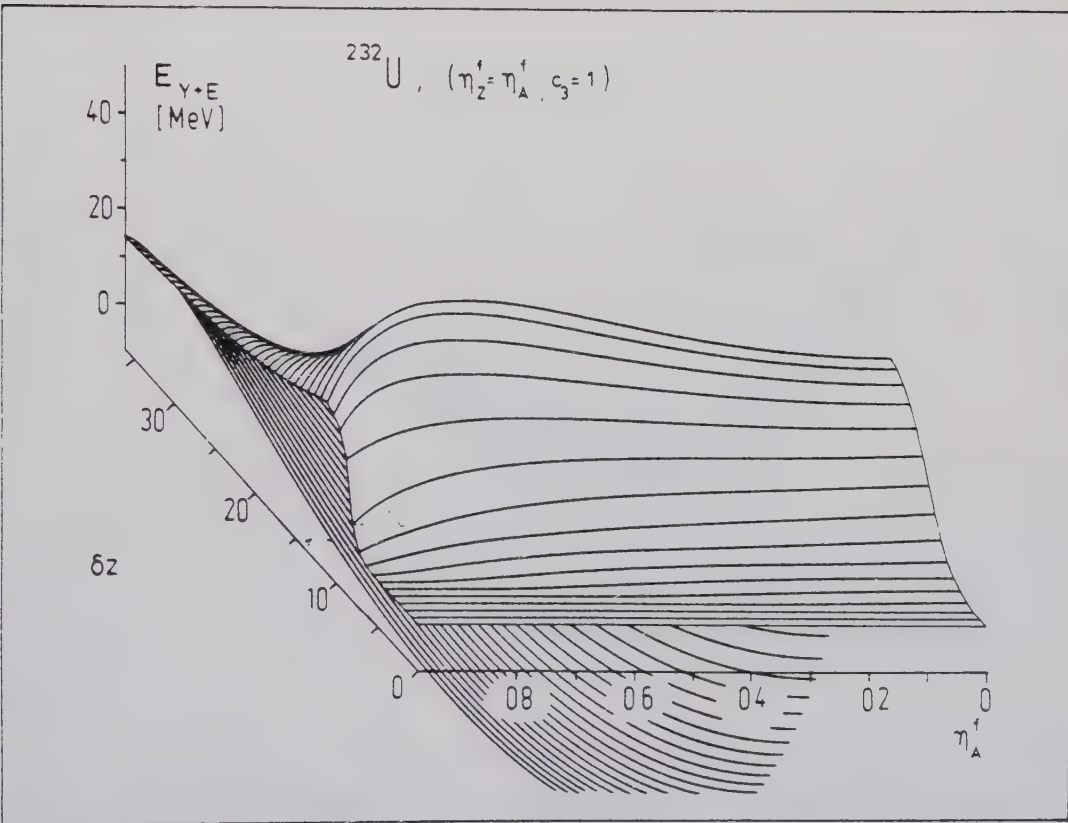
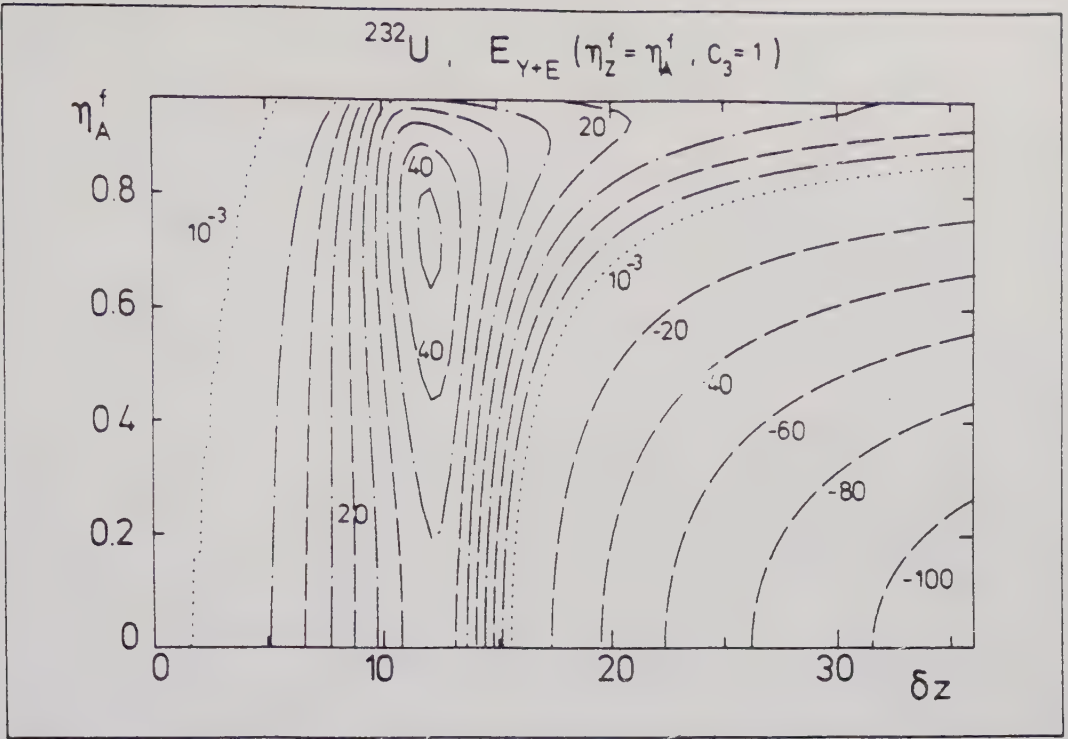
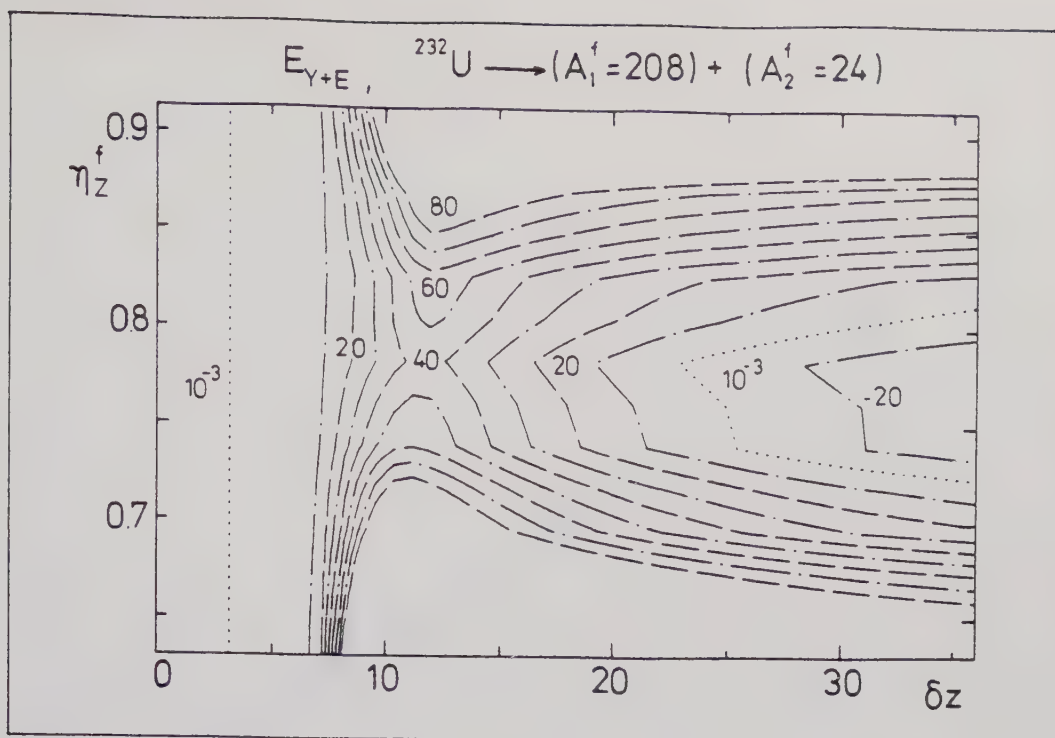
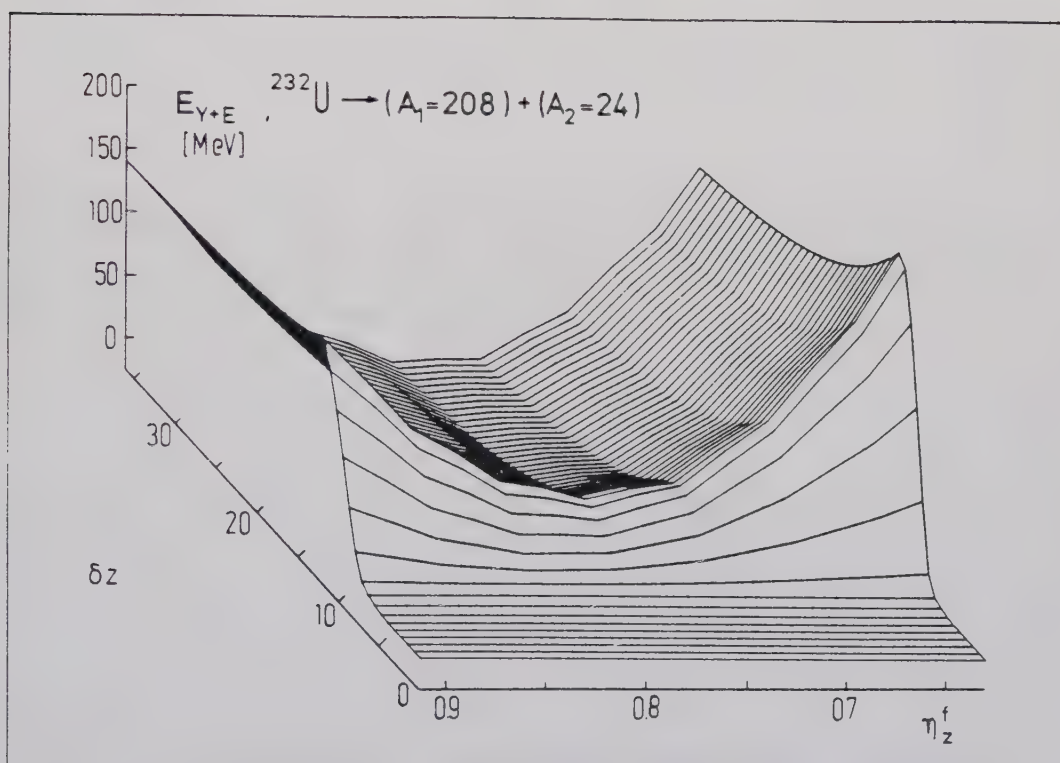


Abb. 3.26 : Kontur-Diagramm der E_{Y+E} -Energie für den Zerfall von ^{232}U , dargestellt als Funktion des Zentrenabstands und der Massenasymmetrie für den ladungsequilibrierten Fall, d.h. $\eta_Z^f = \eta_A^f$. Kernformen wie in Abb. 3.17.

Abb. 3.27 : Wie Abb. 3.26, jedoch in einer perspektivischen Ansicht.



UFm TP 88-045



UFm TP 88-041

Abb. 3.28 : Kontur-Diagramm der η_z^f - δz -Abhängigkeit für einen festen Massenkana-
 l gegeben durch ${}^{232}\text{U} \longrightarrow (A_1^f=208) + (A_2^f=24)$.

Abb. 3.29 : Wie Abb. 3.28, jedoch in einer perspektivischen Ansicht.

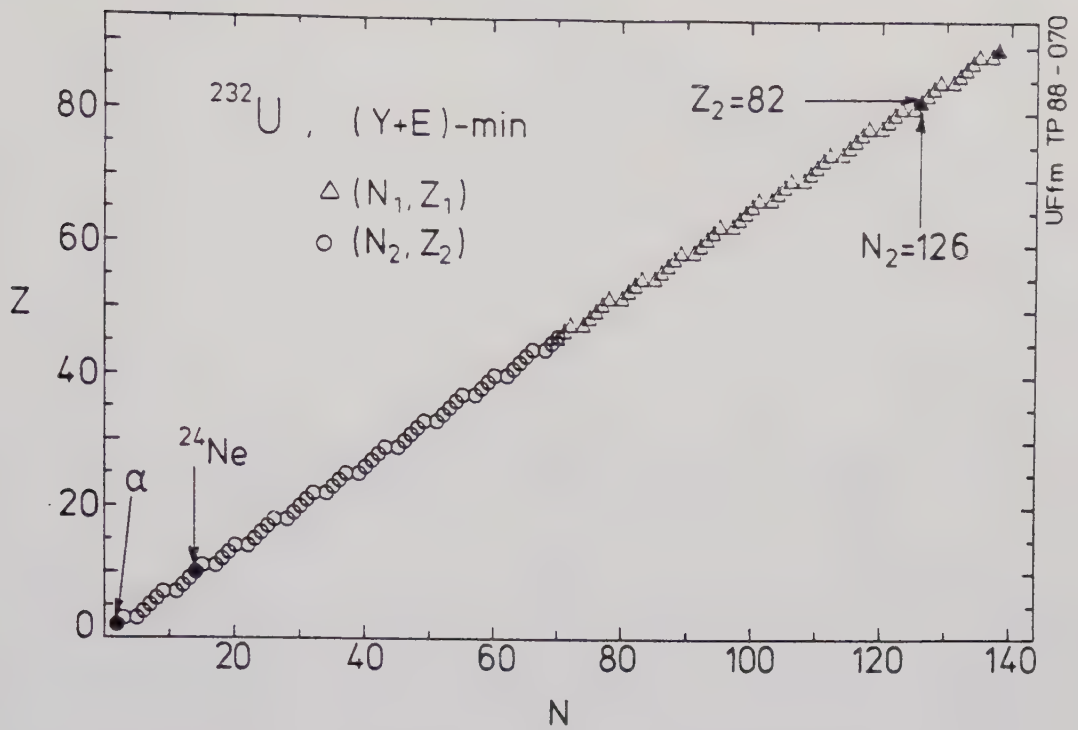


Abb. 3.30 : Gegenüberstellung der wahrscheinlichsten Spaltprodukte des Zerfalls von ^{232}U , erhalten aus der Minimierung der E_{Y+E} -Barriere nach der Ladungsasymmetrie bei fester Massenasymmetrie.

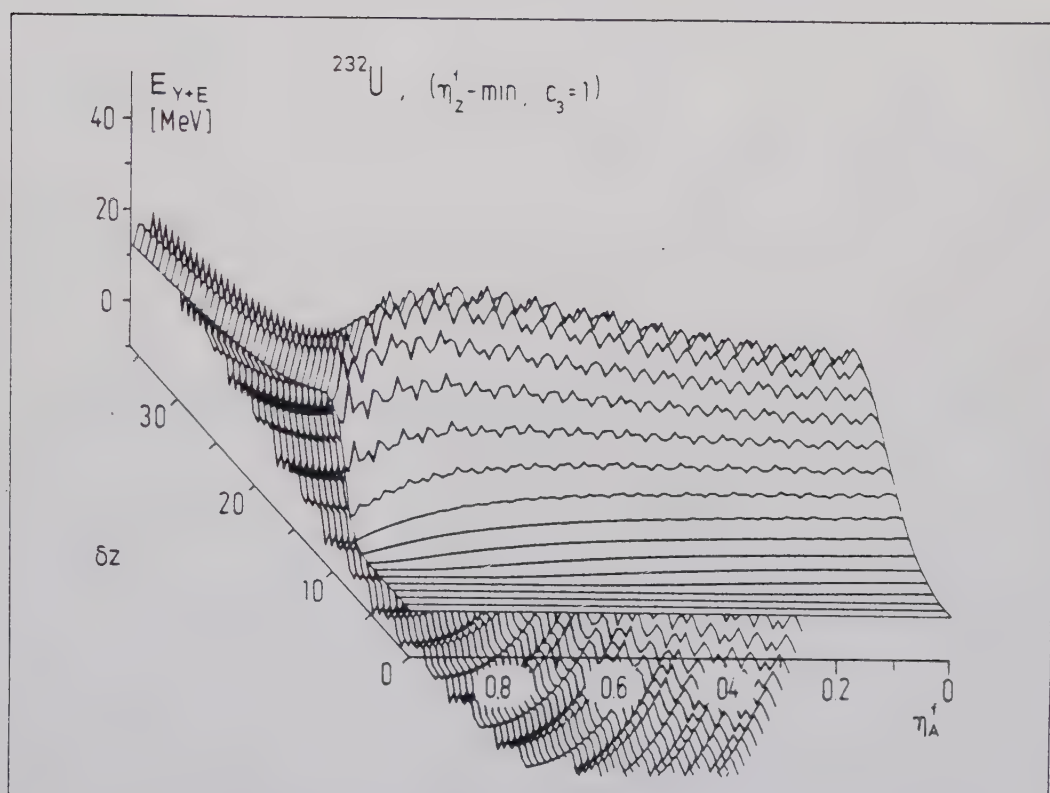
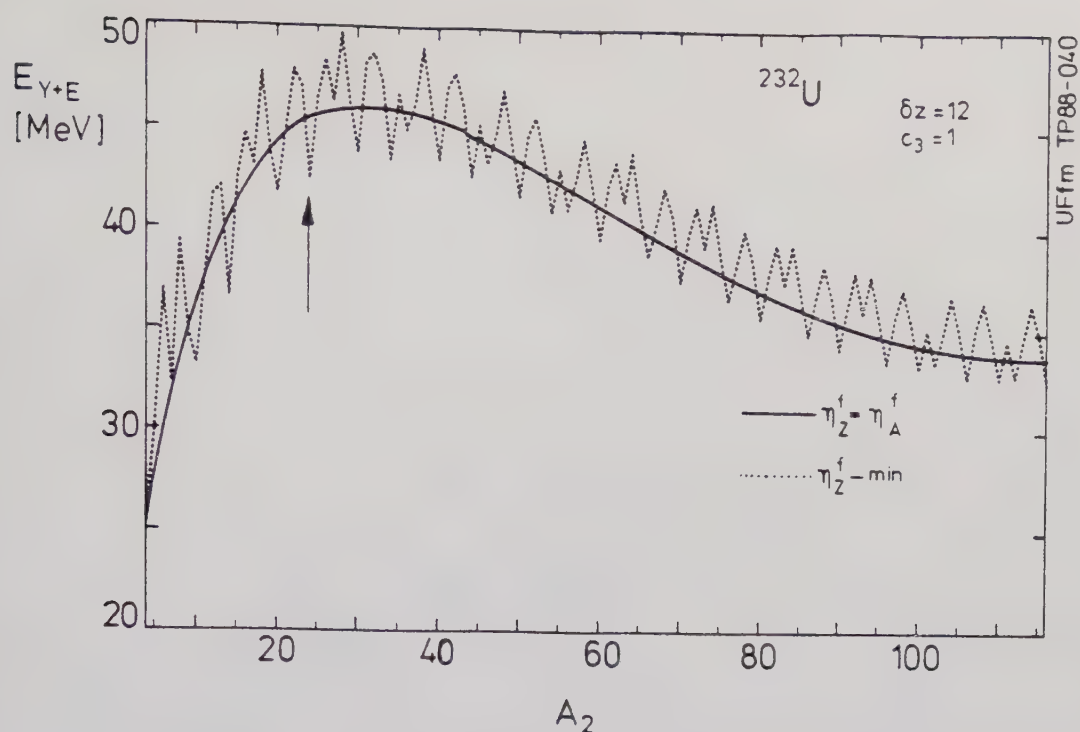


Abb. 3.31 : Die E_{Y+E} -Energie für ^{232}U in Abhängigkeit von der Masse des leichten Fragments A_2 , bei einem Zentrenabstand in der Nähe der Barriere. Die durchgezogene Kurve entspricht dem ladungsequilibrierten Fall $\eta_Z^f = \eta_A^f$, die punktierte Kurve gilt für Minimal-Kombinationen nach Abb. 3.30.

Abb. 3.32 : Dreidimensionale Darstellung von E_{Y+E} in der η_A^f - δz -Ebene für minimierte η_Z^f -Werte bei ^{232}U .

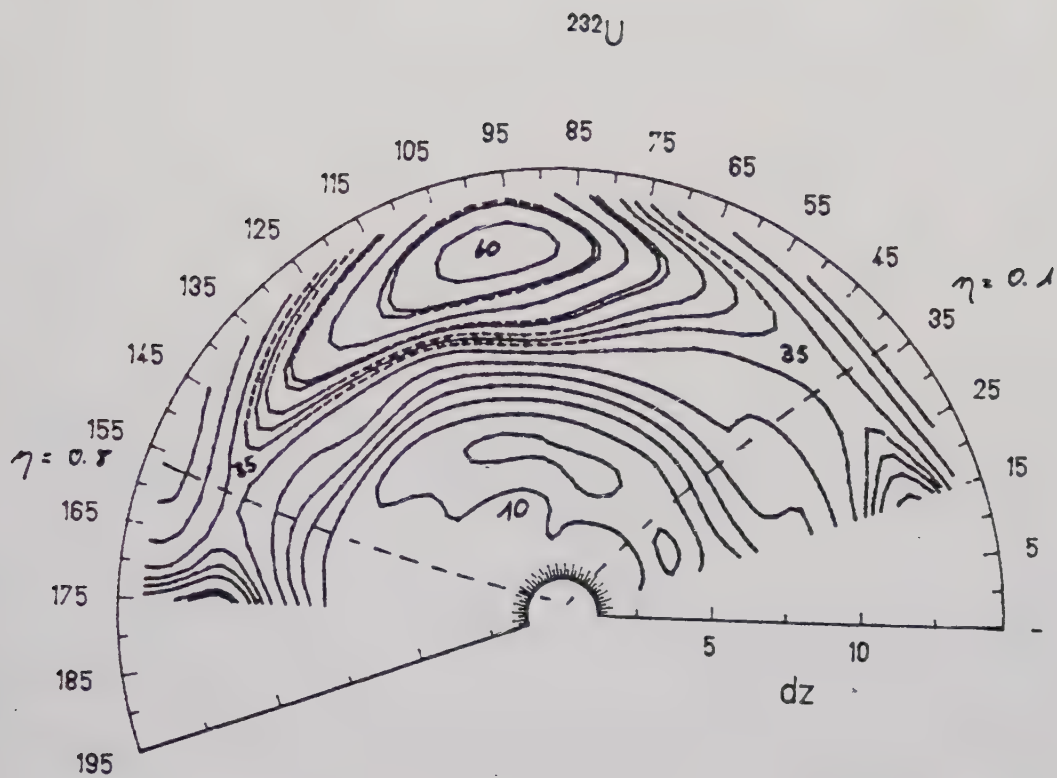


Abb. 3.33 : Polar-Diagramm der Gesamtenergie in der η_A^f - δz -Ebene für ^{232}U (aus [81]).

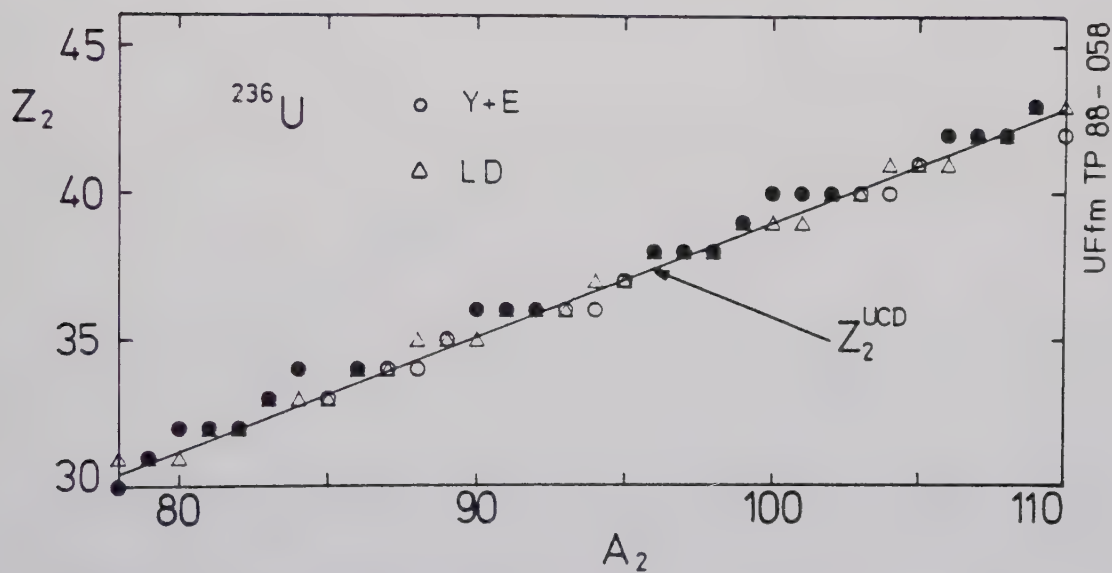
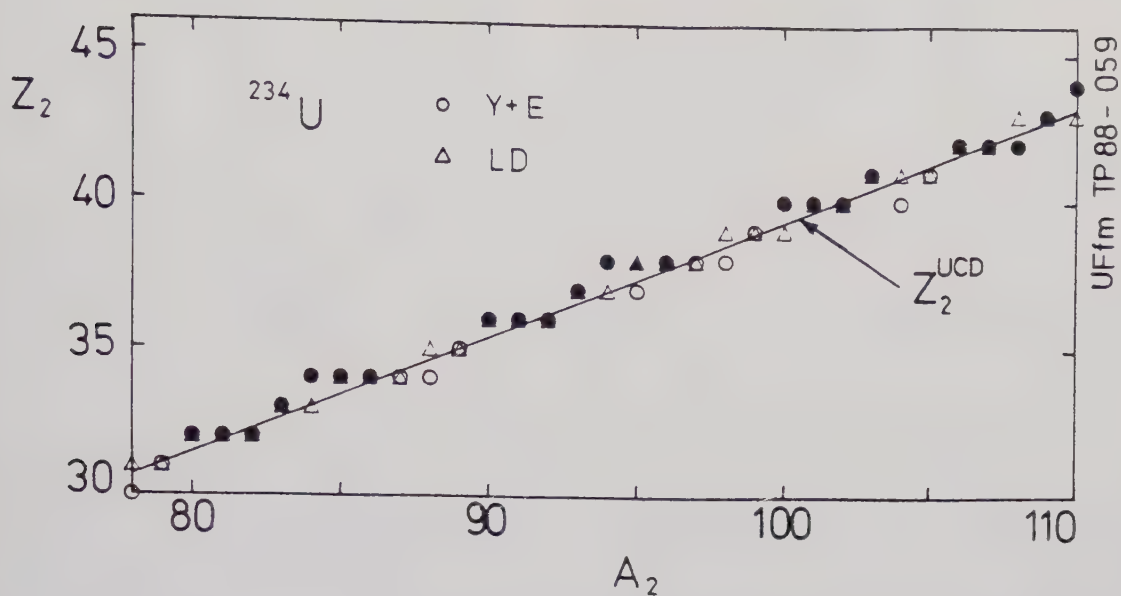


Abb. 3.34 : Die wahrscheinlichsten, schweren Spaltprodukte von ^{234}U , erhalten aus der Minimierung von E_{LDM} (Dreiecke) bzw. E_{Y+E} (Kreise). Die ausgefüllten Dreiecke bzw. Kreise entsprechen η_Z^f -minimierten Werten aus der Δ -Minimierung.

Abb. 3.35 : Wie Abb. 3.34, jedoch für ^{236}U .

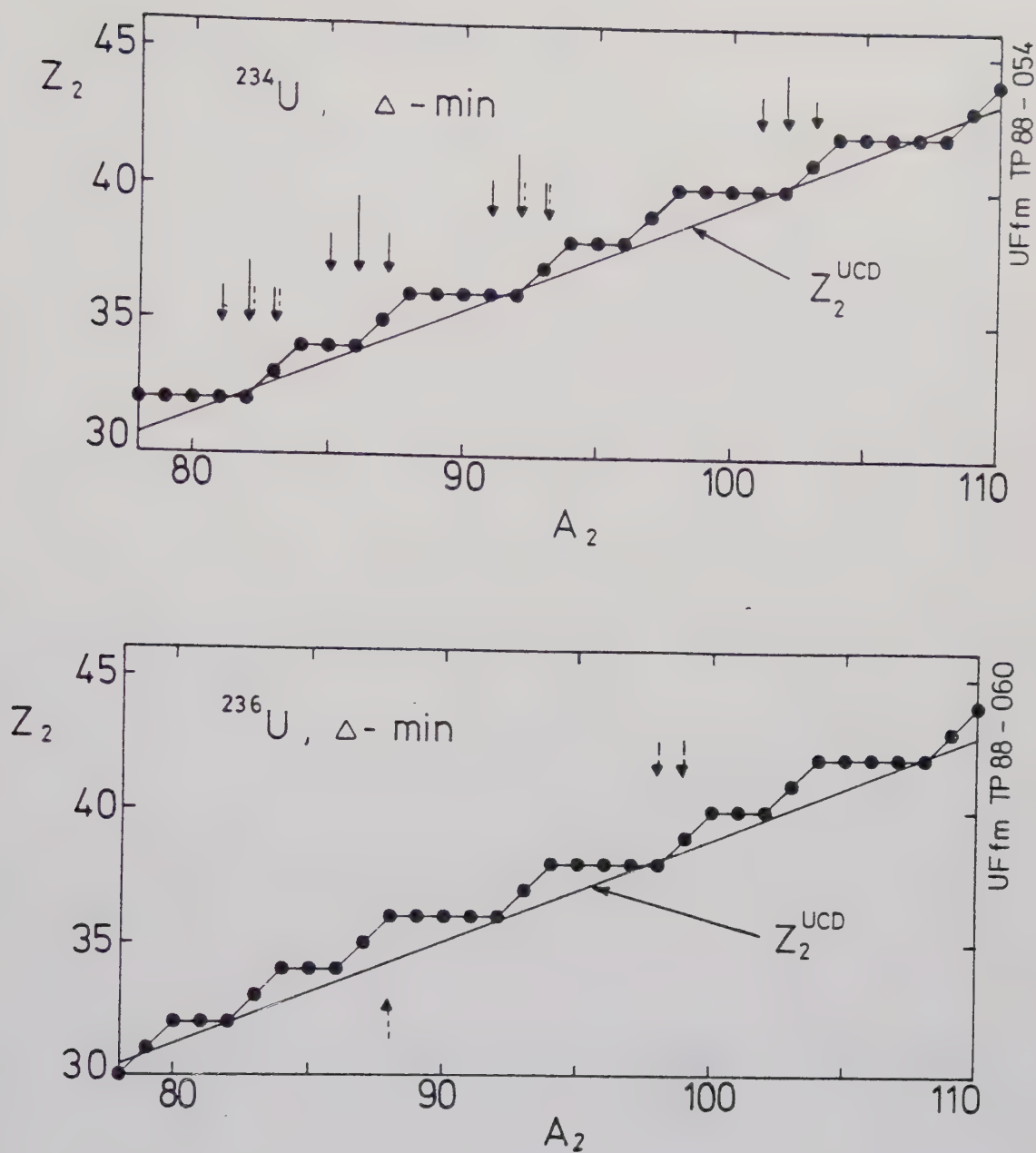


Abb. 3.36 : Die wahrscheinlichsten, schweren Spaltprodukte von ^{234}U , erhalten aus der Δ -Minimierung von E_{Y+E} . Die Pfeile deuten Abweichungen von den bisherigen experimentellen Resultaten an.

Abb. 3.37 : Wie Abb. 3.36, jedoch für ^{236}U .

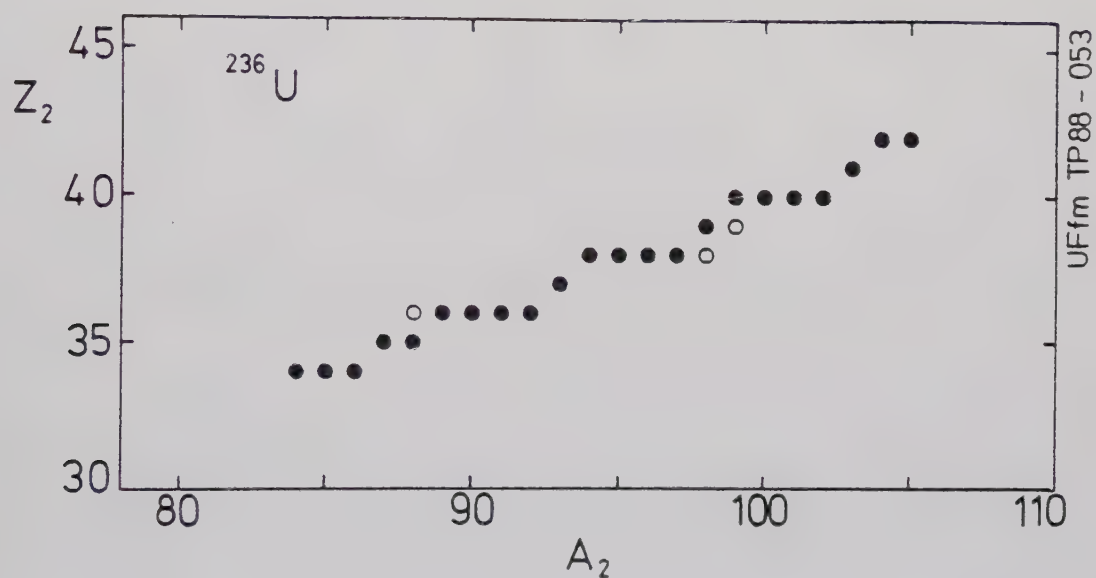
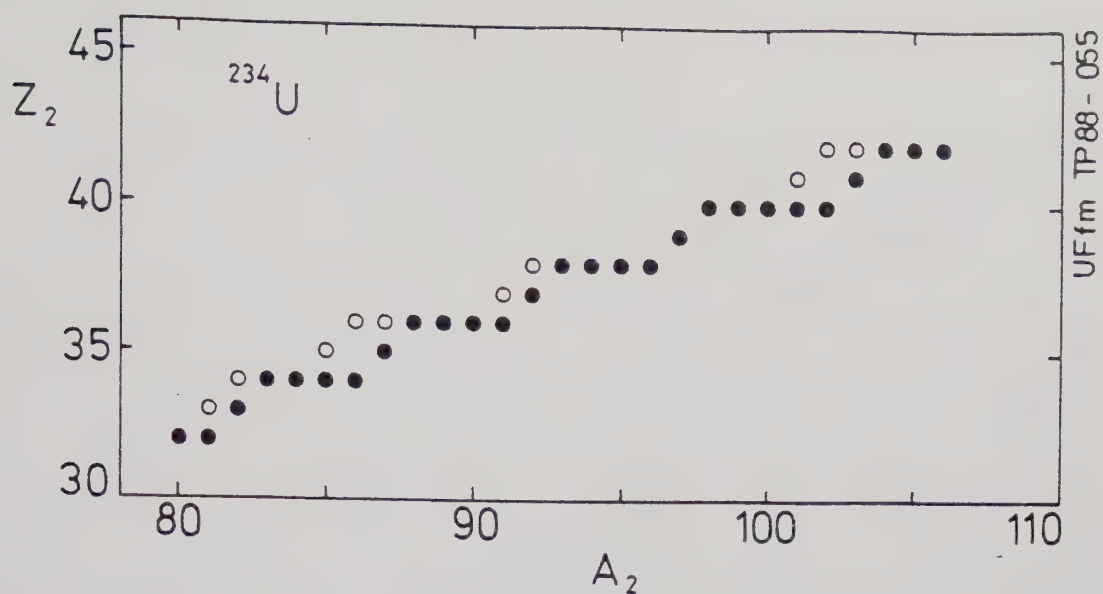


Abb. 3.38 : Experimentelle Verteilung der wahrscheinlichsten kalten Zerfallskanäle von ^{234}U .

Abb. 3.39 : Wie Abb. 3.38, jedoch für ^{236}U .

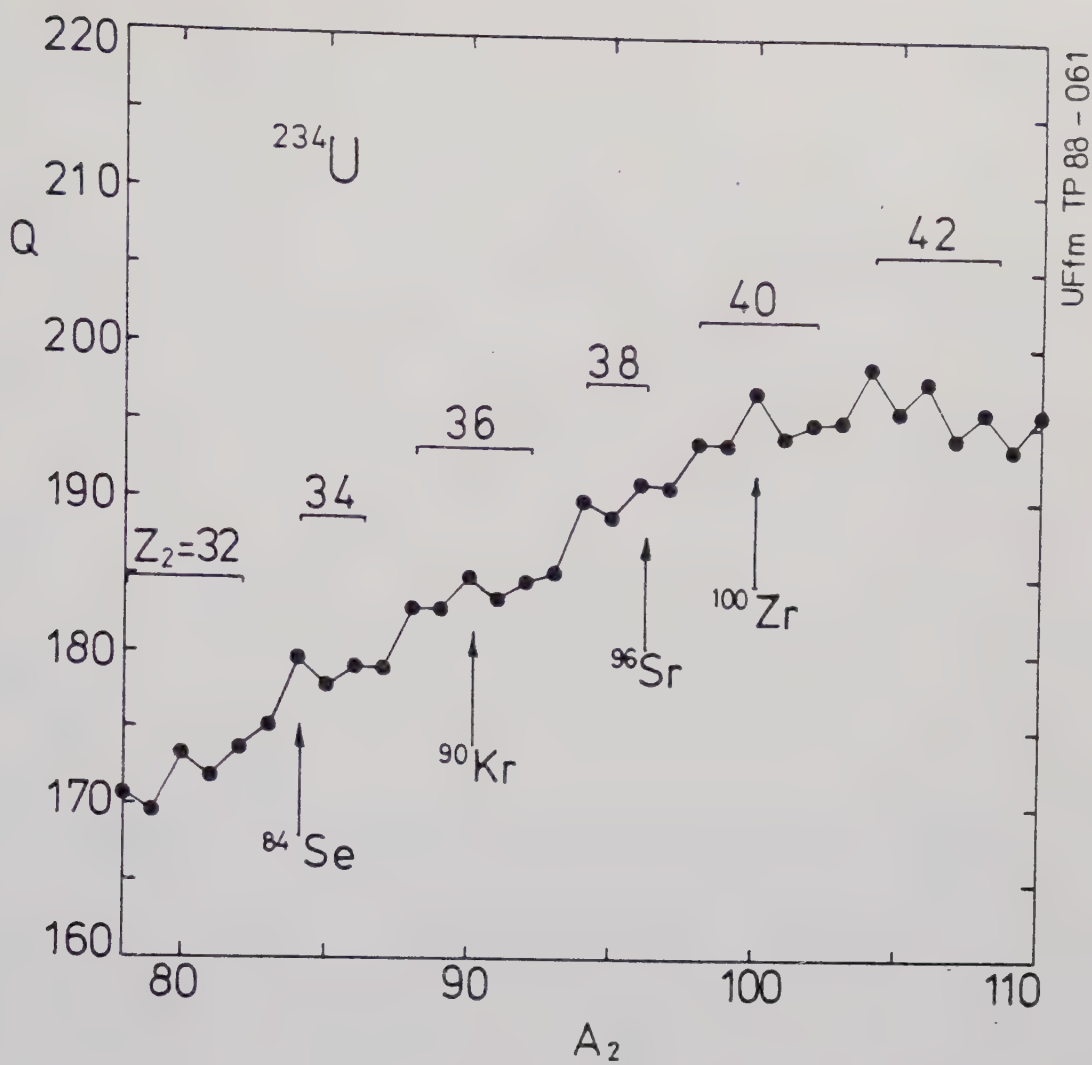


Abb. 3.40 : Q -Werte für die Δ -minimierten Fragmentkombinationen bei ^{234}U .

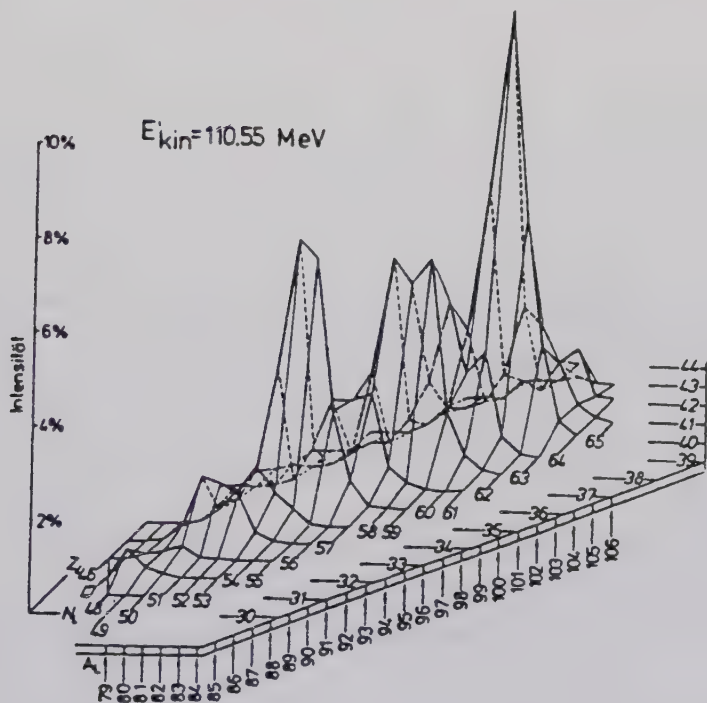
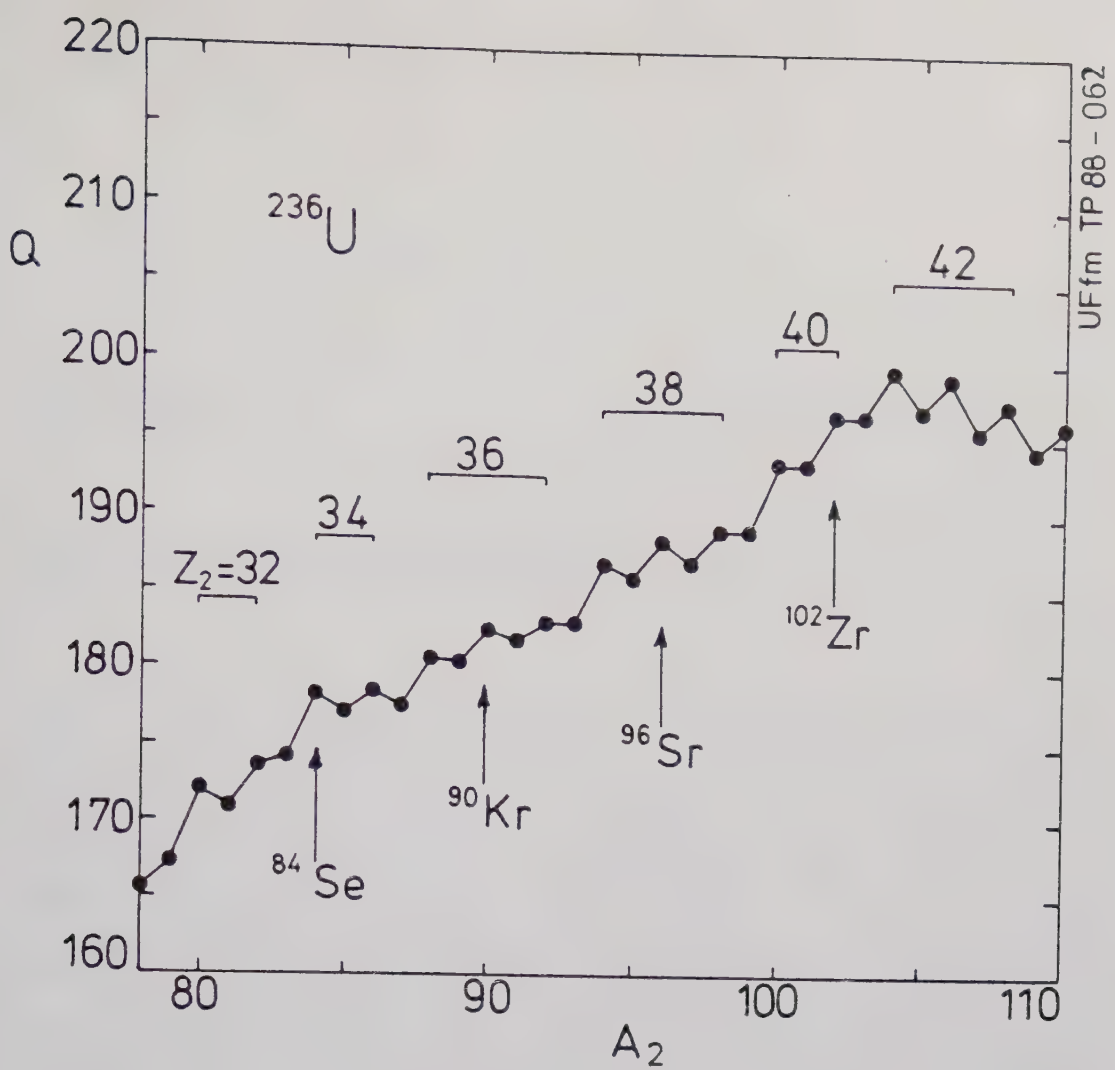


Abb. 3.41 : Wie Abb. 3.40, jedoch für ^{236}U .

Abb. 3.42 : Experimentelle Häufigkeitsverteilung der Fragmente bei der (bisher höchsten) kinetischen Energie von 110.55 MeV, dargestellt für ^{234}U (aus [25]).

Kapitel 4

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde der Versuch unternommen, unterschiedliche Spaltphänomene im Rahmen eines Konzeptes zu beschreiben. Drei Teilaspekte der kalten Spaltung standen dabei im Vordergrund : Der bimodale Zerfall in der Gegend schwerer Actinide, die Cluster-Radioaktivitäten und die kalte Spaltung bei kleinen Asymmetrien.

Stellvertretend für den symmetrischen Zerfall wurde die in jüngster Zeit entdeckte bimodale Spaltung behandelt. Durch die Betrachtung kollektiver Koordinaten, insbesondere des Neck-Freiheitsgrades und der Massenasymmetrie wurde es möglich, im Rahmen des asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodells die experimentellen Daten zu erklären.

Es stellte sich heraus, daß durch den doppelt magischen Schalenabschluß des $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ -Kerns das komplexe Spaltproblem auf eine zweidimensionale Behandlung des Zentrenabstandes R und der Neck-Koordinate ϵ reduziert wird. Die Struktur der Potentialenergiefläche läßt dabei eine naheliegende Deutung der markanten Verteilungen der totalen kinetischen Energien der Fragmente und deren Massen zu : Aufgrund der Topologie der Fläche stehen dem Kern zwei Spaltpfade offen, die die Fläche bei zwei unterschiedlichen Konfigurationen verlassen. Daraus resultiert sowohl eine Energiedifferenz der Fragmente im Ausgangskanal, als auch eine unterschiedliche Massenverteilung der einzelnen Energie-Komponenten.

Durch die Verknüpfung des asymmetrischen Zwei-Zentren-Schalenmodells mit der Drei-Zentren-Erweiterung ist uns ferner eine Deutung der Schalenkorrektur in der R - ϵ -Fläche gelungen. Wir konnten damit einen Zusammenhang

zwischen der bimodalen Spaltung und Dreikörperaufbrüchen feststellen.

Der Einfluß des Neck-Freiheitsgrades stand auch bei der Untersuchung der Cluster-Radioaktivitäten im Mittelpunkt. Um den stark asymmetrischen Zerfall in der Ra-U-Gegend zu studieren, haben wir ein neues kollektives Modell entwickelt. Dabei haben wir das bewährte Grundkonzept des ATCSM beibehalten und durch eine neue Parametrisierung dessen Probleme bei großen Asymmetrien behoben. Ferner haben wir — um die Ladungsasymmetrie korrekt zu berücksichtigen — eine Erweiterung sowohl des mikroskopischen als auch des makroskopischen Potentials auf beliebige Fragmentkombinationen vorgenommen.

Die Untersuchungen ergaben eine deutliche Abhängigkeit des Potentials vom Neck-Parameter, woraus ein in erster Linie präziseres Bild der stark asymmetrischen Spaltung folgt. Dabei hat sich ein prinzipieller Unterschied zwischen dem α -Zerfall und den Cluster-Radioaktivitäten herauskristallisiert: Während beim α -Zerfall der Spaltweg durch eine eindimensionale Zentrenabstandsbewegung charakterisiert werden kann, verläuft der Pfad bei der stark asymmetrischen Spaltung in der multidimensionalen Potentialenergiefläche, die wesentlich durch den Neck-Freiheitsgrad bestimmt wird.

Als weiteres, wesentliches Resultat folgte, daß aus der Behandlung der Ladungsasymmetrie im Rahmen des (modifizierten) Liquid-Drop-Modells gute Näherungen an die tatsächlich gemessenen Fragmentkombinationen folgen. Zu einer gegebenen Massenasymmetrie bestimmt also der (modifizierte) Liquid-Drop-Anteil zum großen Teil die Ladungsaufteilung. Der Einfluß der Schalenefekte hat auf die Massenasymmetrie einen deutlicheren Einfluß, bestimmt letztlich aber auch die Details der Ladungsverteilung.

Zusammenfassend kann man feststellen, daß durch die in dieser Arbeit vorgenommene Analyse des Gesamtpotentials wesentliche Aussagen zum Spaltverhalten einer Reihe interessanter Kerne gemacht werden konnten. Die Vielfalt der erklärten Effekte läßt den Schluß zu, daß die Methode auch auf andere Phänomene erfolgreich angewandt werden kann. Sie ersetzt nicht eine dynamische Behandlung des Spaltphänomens, gibt aber eine gute Näherung an das Resultat.

Von besonderer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang der Einfluß der kollektiven Massenparameter. Auf eine Analyse wurde in dieser Arbeit verzichtet,

er ist jedoch für eine dynamische Betrachtung unerläßlich.

Für künftige Betrachtungen wird in zunehmendem Maße auch die Berücksichtigung der Quadrupoldeformationen der Fragmente notwendig. Insbesondere bei der Behandlung der kalten Spaltung sollte dieser Einfluß zu einer besseren Übereinstimmung zwischen den experimentellen Resultaten und den theoretischen Aussagen führen.

Anhang A

Die Ladungsasymmetrie des Potentials

A.1 Der mikroskopische Anteil

Das gefaltete Yukawa-Potential hat für den Fall, daß die Ladungsasymmetrie gleich der Massenasymmetrie ist, die bekannte Form

$$V_Y(\vec{r}) = -\frac{V_0}{4\pi a^3} \int \frac{\exp(-|\vec{r} - \vec{r}'|/a)}{|\vec{r} - \vec{r}'|/a} d^3r' \quad . \quad (\text{A.1})$$

Dabei wird über das dem Kern zugeordnete Potential-Volumen integriert. Im Unterschied zum Kernvolumen, das durch den Radius R_0 des sphärischen Compoundkerns definiert ist, wird das Potential-Volumen über den Potential-Radius R_p bestimmt. Die entsprechenden Größen, siehe Abschnitt 3.2.2, folgen aus einer Anpassung an experimentelle Einteilchen-Spektren und sind an das Droplet-Modell (vgl. [71-83]) angelehnt.

Mit Hilfe des Gaußschen Satzes kann man das Volumenintegral (A.1) in ein Oberflächenintegral umformen, und unter Berücksichtigung der Zylinder-Symmetrie reduziert sich das Dreifach-Integral in ein Doppel-Integral der allgemeinen Form

$$J_Y(\rho, z) = \int_{-1}^{+1} dz' \int_0^{+1} dw A(\rho, z, z', w) \quad . \quad (\text{A.2})$$

Die normierte Raum-Integration dz' erstreckt sich dabei über den gesamten, dem Kern zugeordneten Potentialbereich, d.h. zwischen z_{min} und z_{max} .

Will man nun die Ladungsasymmetrie berücksichtigen, so muß man die deformationsabhängigen Beiträge der einzelnen Fragmente getrennt berechnen. Das Integral (A.2) zerfällt somit in die beiden Beiträge der Fragmente, die durch eine Trennebene bei $z = z_C$ definiert werden (vgl. die Ausführungen in Abschnitt 3.2.1). Für das Einteilchenpotential gilt also allgemein

$$V_Y(\rho, z) = V_Y^{00} \cdot J_Y(\rho, z) \quad (A.3)$$

mit

$$J_Y(\rho, z) = \left(\frac{V_{01}}{V_{00}} \right) J_{Y1}(\rho, z) + \left(\frac{V_{02}}{V_{00}} \right) J_{Y2}(\rho, z) \quad (A.4)$$

Die Yukawa-Integrale J_{Y1} und J_{Y2} über die Fragmente haben die Form

$$J_{Y1}(\rho, z) = v_Y \int_{-1}^{z_C} dz' \int_0^{+1} dw A(\rho, z, z', w) \quad (A.5)$$

und

$$J_{Y2}(\rho, z) = v_Y \int_{z_C}^{+1} dz' \int_0^{+1} dw A(\rho, z, z', w) \quad , \quad (A.6)$$

wobei der Integrand A in Zylinderkoordinaten gegeben ist durch

$$A(\rho, z, z', w) = \left[\rho'^2 - \rho \rho' \cdot \cos w + 0.5(z - z') \frac{d\rho'^2}{dz'} \right] \cdot \left[\left(\frac{a}{R_p d} + P^{1/2} \right) / \exp\left(\frac{R_p d}{a} P^{1/2} \right) - \frac{a}{R_p d} \right] / P^{3/2} \quad (A.7)$$

Die Größe P ist dabei definiert als

$$P = |\vec{r} - \vec{r}'|^2 = \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos w + (z - z')^2 \quad (A.8)$$

mit der Parametrisierung der Potential-Oberfläche $\rho = \rho(z)$, $\rho' = \rho(z')$, und für d gilt

$$\frac{1}{2}(z_{max} - z_{min}) = R_p \cdot d \quad (A.9)$$

Die Faktoren V_{01} und V_{02} sind im asymptotischen Grenzfall zweier getrennter Fragmente bestimmt durch die Gleichungen (3.13) bzw. (3.14) von Seite 51, d.h. es gilt allgemein mit den entsprechenden Massen- und Ladungszahlen

$$V_{01} = V_0(A_1, Z_1) \quad (A.10)$$

und

$$V_{02} = V_0(A_2, Z_2) \quad (\text{A.11})$$

Das gleiche gilt für V_{00} , dem Beitrag des sphärischen Compoundkerns, d.h. wir haben

$$V_{00} = V_0(A, Z) \quad (\text{A.12})$$

Für eine beliebige Deformation, insbesondere jedoch für eingeschnürte Kernformen in der Nähe des Spaltpunktes, werden diese Größen durch geeignete Interpolationen (vgl. die Ausführungen in Abschnitt 3.2.2) bestimmt.

Der Faktor V_Y^{00} entspricht dem Potentialwert V_Y^0 für den sphärischen Compoundkern am Ursprung, d.h. es ist

$$\begin{aligned} V_Y^{00} &= V_Y^0(r=0) \\ &= -V_{00} \left[1 - \left(1 + \frac{R_p}{a} \right) \cdot \exp\left(-\frac{R_p}{a}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Wir haben dabei den geschlossenen Ausdruck für V_Y^0 benutzt, der gegeben ist durch

$$V_Y^0(r) = \begin{cases} -V_{00} \left[1 - \left(1 + \frac{R_p}{a} \right) \cdot \exp\left(-\frac{R_p}{a}\right) \cdot \frac{\sinh(r/a)}{(r/a)} \right] & , \text{ falls } r \leq R_p , \\ -V_{00} \left[\left(\frac{R_p}{a} \right) \cosh\left(\frac{R_p}{a}\right) - \sinh\left(\frac{R_p}{a}\right) \right] \frac{\exp(-r/a)}{(r/a)} & , \text{ falls } r \geq R_p . \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Schließlich haben wir für den Faktor v_Y aus den Gleichungen (A.5) und (A.6)

$$v_Y = \frac{V_{00}}{2a} (R_p d) \frac{1}{V_Y^{00}} \quad (\text{A.15})$$

In Analogie zum Yukawa-Anteil läßt sich auch der Coulomb-Beitrag des Einteilchenpotentials von der bekannten Form

$$V_C(\vec{r}) = e\rho_e \int \frac{d^3r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{A.16})$$

auf den allgemeinen Fall mit Ladungsasymmetrie bringen. Es gilt dann

$$V_C = V_C^{00} \cdot J_C \quad (\text{A.17})$$

mit

$$J_C = \left(\frac{\rho_{1e}}{\rho_{0e}} \right) J_{C1} + \left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{0e}} \right) J_{C2} \quad (\text{A.18})$$

Die deformationsabhängigen Coulomb-Integrale über die Fragmente sind dabei gegeben durch

$$J_{C1}(\rho, z) = v_c \int_{-1}^{z_C} B(\rho, z, z') dz' \quad (\text{A.19})$$

und

$$J_{C2}(\rho, z) = v_c \int_{z_C}^{+1} B(\rho, z, z') dz' \quad (\text{A.20})$$

Wie beim Yukawa-Potential entspricht z_C der Definitionsebene der Fragmente. Zu beachten ist jedoch, daß das Integrationsgebiet hier das Kern-Volumen mit dem Kern-Radius R_0 ist. Für den Integranden B haben wir

$$B(\rho, z, z') = \left\{ \rho \rho' (K - 2D) + K \left[\rho'^2 + 0.5 (z - z') \frac{d\rho'^2}{dz'} \right] \right\} \frac{1}{a_p} \quad (\text{A.21})$$

wobei $K = K(k^2)$ das vollständige elliptische Integral erster Gattung ist ([84]). Mit dem entsprechenden Integral zweiter Gattung $E = E(k^2)$ wird die Größe D definiert als

$$D = \frac{1}{k^2} (K - E) \quad (\text{A.22})$$

Das Argument k ist hier gegeben durch

$$k^2 = \frac{4\rho\rho'}{a_p^2} \quad (\text{A.23})$$

mit

$$a_p^2 = (\rho + \rho')^2 + (z - z')^2 \quad (\text{A.24})$$

Der Faktor v_c in den Gleichungen (A.19) und (A.20) hat die Form

$$v_c = 2e\rho_{0e} (R_0 d)^2 \frac{1}{V_C^{00}} \quad (\text{A.25})$$

mit der Ladungsdichte ρ_{0e} des sphärischen Compoundkerns und dem Potentialmaximum

$$\begin{aligned} V_C^{00} &= V_C^0(r=0) \\ &= \frac{3}{2} \frac{Ze^2}{R_0} \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Dieser Wert folgt aus der bekannten Beziehung

$$V_C^0(r) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{R_0} (3 - (r/R_0)^2) & , \text{ falls } r \leq R_0 , \\ \frac{Ze^2}{r} & , \text{ falls } r \geq R_0 . \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

A.2 Der makroskopische Anteil

Ähnlich wie im letzten Abschnitt wollen wir auch hier einen kurzen Abriß der Ableitungen zum Einfluß der Ladungsasymmetrie geben. Wir betrachten im folgenden den makroskopischen Anteil, insbesondere die explizit deformationsabhängigen Beiträge von E_C , E_n und E_d .

Das Doppel-Integral des Coulomb-Beitrags über das Kern-Volumen, siehe Gleichung (3.30) von Seite 65, läßt sich unter zweimaliger Anwendung des Gaußschen Satzes auf ein entsprechendes Doppel-Integral über die zugeordnete Kern-Oberfläche bringen. Unter Ausnutzung der Axial-Symmetrie reduziert sich dieses schließlich auf ein räumliches Doppel-Integral mit einem zusätzlichen elliptischen Anteil ([85]), so daß man allgemein schreiben kann

$$B_C = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} dz' F(z, z', K(k)) \quad . \quad (\text{A.28})$$

Die Einführung der Ladungsasymmetrie erfolgt nun analog zum letzten Abschnitt durch getrennte Berechnung der Beiträge der Fragmente. D.h. ein Integral von $z_{\min}$ bis $z_{\max}$ zerfällt in einen Beitrag von $z_{\min}$ bis z_C und einen von z_C bis $z_{\max}$, wobei z_C die Position der bereits erwähnten Trennebene der Fragmente ist. Die Gleichung (3.30) von Seite 65 hat damit (vgl. [86]) die allgemeine Form

$$E_C = E_C^0 \cdot B_C \quad (\text{A.29})$$

mit

$$B_C = \left(\frac{\rho_{1e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{C1} + \left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{C2} + \left(\frac{\rho_{1e}\rho_{2e}}{\rho_{0e}^2} \right) B_{C12} \quad . \quad (\text{A.30})$$

Die Integrale B_{C1} und B_{C2} bestimmen die Energien der Fragmente während B_{C12} den Wechselwirkungsbeitrag liefert. Sie sind definiert als

$$B_{C1} = b_C \int_{-1}^{z_C} dz \int_{-1}^{z_C} dz' F(z, z', K(k)) \quad , \quad (\text{A.31})$$

$$B_{C2} = b_C \int_{z_C}^{+1} dz \int_{z_C}^{+1} dz' F(z, z', K(k)) \quad , \quad (\text{A.32})$$

$$B_{C12} = 2b_C \int_{-1}^{s_C} dz \int_{s_C}^{+1} dz' F(z, z', K(k)) \quad . \quad (A.33)$$

Der Integrand F ist gegeben durch

$$\begin{aligned} F(z, z', K(k)) = & \frac{1}{a_p} \{ \rho \rho' [(K - 2D)/3] \\ & \cdot [2(\rho^2 + \rho'^2) - (z - z')^2 + \frac{3}{2}(z - z') \left(\frac{d\rho'^2}{dz'} - \frac{d\rho^2}{dz} \right)] \\ & + K \left\{ \frac{\rho^2 \rho'^2}{3} + \left[\rho^2 - \frac{1}{2}(z - z') \frac{d\rho^2}{dz} \right] \left[\rho'^2 + \frac{1}{2}(z - z') \frac{d\rho'^2}{dz'} \right] \right\} \} , \end{aligned} \quad (A.34)$$

wobei $\rho = \rho(z)$ und $\rho' = \rho(z')$ die Kern-Parametrisierung darstellen, und die Größe a_p sowie die elliptischen Integrale K und D bereits im letzten Abschnitt definiert wurden. Schließlich ist der Faktor b_C gegeben durch

$$b_C = \frac{5d^5}{8\pi} \quad , \quad (A.35)$$

und für die Coulomb-Energie des sphärischen Compoundkerns gilt die bekannte Beziehung

$$E_C^0 = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}} = a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad . \quad (A.36)$$

Wir verzichten hier auf die Behandlung der Ladungsdichten und verweisen diesbezüglich auf Abschnitt 3.2.2.

Die Behandlung der modifizierten Oberflächenenergie erfolgt in Analogie zum Coulomb-Beitrag. Der allgemeine Fall mit Ladungsasymmetrie ergibt sich zu

$$E_n = E_n^0 \cdot B_n \quad , \quad (A.37)$$

wobei auch das Integral B_n in drei Beiträge zerfällt, d.h. es gilt

$$B_n = \left(\frac{c_{1S}}{c_{0S}} \right) B_{n1} + \left(\frac{c_{2S}}{c_{0S}} \right) B_{n2} + \left(\frac{(c_{1S}c_{2S})^{1/2}}{c_{0S}} \right) B_{n12} \quad . \quad (A.38)$$

Im Unterschied zum Coulomb-Anteil ist hier jedoch jeder Beitrag definiert durch ein Dreifach-Integral

$$B_{n1} = b_n \int_{-1}^{s_C} dz \int_{-1}^{s_C} dz' \int_0^{+1} dw G(z, z', w) \quad , \quad (A.39)$$

$$B_{n2} = b_n \int_{z_C}^{+1} dz \int_{z_C}^{+1} dz' \int_0^{+1} dw G(z, z', w) \quad , \quad (\text{A.40})$$

$$B_{n12} = 2b_n \int_{-1}^{z_C} dz \int_{z_C}^{+1} dz' \int_0^{+1} dw G(z, z', w) \quad , \quad (\text{A.41})$$

mit dem Integranden

$$\begin{aligned} G(z, z', w) = & \left[\rho^2 - \rho\rho' \cos w - \frac{1}{2} (z - z') \frac{d\rho^2}{dz} \right] \\ & \cdot \left[\rho'^2 - \rho\rho' \cos w + \frac{1}{2} (z - z') \frac{d\rho'^2}{dz'} \right] \\ & \cdot \left\{ \left[P^{1/2} \left(P^{1/2} + \frac{2a_n}{R_0 d} \right) + 2 \frac{a_n^2}{(R_0 d)^2} \right] / \exp \left(P^{1/2} \frac{R_0 d}{a_n} \right) - \frac{2a_n^2}{(R_0 d)^2} \right\} \\ & / P^2 \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

Der Faktor b_n ist gegeben durch

$$b_n = -d^4 \frac{\tau_0}{2a_n^2} c_S R_0 A \frac{1}{E_n^0} \quad , \quad (\text{A.43})$$

und für die Energie des sphärischen Compoundkerns gilt

$$\begin{aligned} E_n^0 = & \left\{ 1 - 3 \left(\frac{a_n}{R_0} \right)^2 + \left(\frac{R_0}{a_n} + 1 \right) \left[2 + 3 \left(\frac{a_n}{R_0} \right) + 3 \left(\frac{a_n}{R_0} \right)^2 \right] \exp \left(-\frac{2R_0}{a_n} \right) \right\} \\ & \cdot E_S^0 \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

mit

$$E_S^0 = c_S A^{2/3} \quad , \quad (\text{A.45})$$

wobei c_S durch die Gleichung (3.36) von Seite 67 definiert ist. Die Faktoren c_{1S} , c_{2S} sowie c_{0S} in Gleichung (A.38) werden bestimmt aus Gleichung (3.36) mit Ladungs- und Massenzahlen, wie sie aus den Ladungsdichten ρ_{1e} , ρ_{2e} und ρ_{0e} folgen.

In analoger Weise wird auch beim Korrekturbeitrag E_d zur Coulomb-Energie verfahren. Es gilt

$$E_d = E_d^0 \cdot B_d \quad , \quad (\text{A.46})$$

wobei

$$B_d = \left(\frac{\rho_{1e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{d1} + \left(\frac{\rho_{2e}}{\rho_{0e}} \right)^2 B_{d2} + \left(\frac{\rho_{1e}\rho_{2e}}{\rho_{0e}^2} \right) B_{d12} \quad (\text{A.47})$$

ist. Die deformationsabhängigen Integrale sind definiert als

$$B_{d1} = b_d \int_{-1}^{z_C} dz \int_{-1}^{z_C} dz' \int_0^{+1} dw H(z, z', w) \quad , \quad (\text{A.48})$$

$$B_{d2} = b_d \int_{z_C}^{+1} dz \int_{z_C}^{+1} dz' \int_0^{+1} dw H(z, z', w) \quad , \quad (\text{A.49})$$

$$B_{d12} = 2b_d \int_{-1}^{z_C} dz \int_{z_C}^{+1} dz' \int_0^{+1} dw H(z, z', w) \quad . \quad (\text{A.50})$$

Für den Integranden haben wir

$$\begin{aligned} H(z, z', w) = & \left[\rho^2 - \rho \rho' \cos w - \frac{1}{2} (z - z') \frac{d\rho^2}{dz} \right] \\ & \cdot \left[\rho'^2 - \rho \rho' \cos w + \frac{1}{2} (z - z') \frac{d\rho'^2}{dz'} \right] \\ & \cdot \left\{ \left[P^{1/2} \left(\frac{1}{2} P^{1/2} + 3 \frac{a_d}{R_0 d} \right) + 5 \frac{a_d^2}{(R_0 d)^2} \right] \cdot \exp \left(-P^{1/2} \frac{R_0 d}{a_d} \right) \right. \\ & \left. - 5 \frac{a_d^2}{(R_0 d)^2} + 2 P^{1/2} \frac{a_d}{R_0 d} \right\} / P^2 \quad , \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

und der Faktor b_d ist gegeben durch

$$b_d = -2 \pi^2 d^4 a_d R_0^4 \rho_e^2 \frac{1}{E_d^0} \quad . \quad (\text{A.52})$$

Der Beitrag des sphärischen Compoundkerns ergibt sich aus der Beziehung

$$\begin{aligned} E_d^0 = & 5 a_C \left(\frac{a_d}{r_0} \right)^2 \frac{Z^2}{A} \cdot \left\{ 1 - \frac{15}{8} \left(\frac{a_d}{R_0} \right) + \frac{21}{8} \left(\frac{a_d}{R_0} \right)^3 \right. \\ & \left. - \frac{3}{4} \left[1 + \frac{9}{2} \left(\frac{a_d}{R_0} \right) + 7 \left(\frac{a_d}{R_0} \right)^2 + \frac{7}{2} \left(\frac{a_d}{R_0} \right)^3 \right] \right. \\ & \left. \cdot \exp \left(-2 \frac{R_0}{a_d} \right) \right\} \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

Literaturverzeichnis

- [1] E.K. Hulet, R.W. Loughheed, J.H. Landrum, J.F. Wild, D.C. Hoffmann, J. Weber und J.B. Wilhelmy, *Phys. Rev. C* **21** (1980) 966
- [2] D.C. Hoffmann, J.B. Wilhelmy, J. Weber, W.R. Daniels, E.K. Hulet, R.W. Loughheed, J.H. Landrum, J.F. Wild und R.J. Dupzyk, *Phys. Rev. C* **21** (1980) 972
- [3] E.K. Hulet, J.F. Wild, R.J. Dougan, R.W. Loughheed, J.D. Landrum, A.D. Dougan, M. Schädel, R.L. Hahn, P.A. Baisden, C.M. Henderson, R.J. Dupzyk, K. Sümmerer und G.R. Bethune, *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 313
- [4] H.J. Rose und G.A. Jones, *Nature* **307** (1984) 245
- [5] D.V. Alexandrov, A.F. Beliatsky, Yu.A. Gluhov, E.Yu. Nikolsky, B.G. Novatsky, A.A. Ogloblin und D.N. Stepanov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **40** (1984) 152
- [6] S. Gales, E. Hourani, M. Hussonnois, J.P. Shapira, L. Stab und M. Vergnes, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 759
- [7] W. Kutschera, I. Ahmad, S.G. Armato III, A.M. Friedman, J.E. Gindler, W. Henning, T. Ishii, M. Paul und K.E. Rehm, *Phys. Rev. C* **32** (1985) 2036
- [8] P.B. Price, J.D. Stevenson, S.W. Barwick und H.L. Ravn, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 297
- [9] E. Hourani, M. Hussonnois, L. Stab, L. Brillard, S. Gales und J.P. Schapira, *Phys. Lett.* **160B** (1985) 375

- [10] S.W. Barwick, P.B. Price und J.D. Stevenson, *Phys. Rev. C* **31** (1985) 1984
- [11] A. Sandulescu, Yu.S. Zamyatnin, I.A. Lebedev, B.F. Myasoedov, S.P. Tretyakova und D. Hasegan, *JINR Dubna, Rapid Commun.* **5** (1984) 5
- [12] S.P. Tretyakova, A. Sandulescu, Yu.S. Zamyatnin, Yu.S. Korotkin und V.L. Mikheev, *JINR Dubna, Rapid Commun.* **7** (1985) 23
- [13] S.P. Tretyakova, A. Sandulescu, V.L. Mikheev, D. Hasegan, I.A. Lebedev, Yu.S. Zamyatnin, Yu.S. Korotkin und B.F. Myasoedov, *JINR Dubna, Rapid Commun.* **13** (1985) 34
- [14] S.W. Barwick, P.B. Price, H.L. Ravn, E. Hourani und M. Hussonnois, *Phys. Rev. C* **34** (1986) 362
- [15] P.B. Price, *Proc. 6th Adriatic Int. Conf. on Nuclear Physics, Dubrovnik*, 1987
- [16] S. Wang, P.B. Price, S.W. Barwick, K.J. Moody und E.K. Hulet, *Phys. Rev. C* **36** (1987) 2717
- [17] R. Brissot, J. Crancon, Ch. Ristori, J.P. Bocquet und A. Moussa, *Nucl. Phys. A* **255** (1975) 461
- [18] R. Brissot, J. Crancon, Ch. Ristori, J.P. Bocquet und A. Moussa, *Nucl. Phys. A* **282** (1977) 109
- [19] G. Mariolopoulos, Ch. Hamelin, J. Blanchot, J.P. Bocquet, R. Brissot, J. Crancon, H. Nifenecker und Ch. Ristori, *Nucl. Phys. A* **361** (1981) 213
- [20] H.-G. Clerc, W. Lang, H. Wohlfarth, K.-H. Schmidt, H. Schrader, K.E. Pferdekämper und R. Jungmann, *Z. Phys. A* **274** (1975) 203
- [21] H. Wohlfarth, W. Lang, H.-G. Clerc, H. Schrader, K.-H. Schmidt und H. Dann, *Phys. Lett.* **63B** (1976) 275
- [22] G. Siegert, H. Wollnik, J. Greif, R. Decker, G. Fiedler und B. Pfeiffer, *Phys. Rev. C* **14** (1976) 1864

- [23] W. Lang, H.-G. Clerc, H. Wohlfarth, H. Schrader und K.-H. Schmidt, *Nucl. Phys. A* **345** (1980) 34
- [24] H.-G. Clerc, W. Lang, M. Mutterer, C. Schmidt, J.P. Theobald, U. Quade, K. Rudolph, P. Armbruster, F. Gönnerwein, H. Schrader und D. Engelhardt, *Nucl. Phys. A* **452** (1986) 277
- [25] U. Quade, *Dissertation*, München, 1983
- [26] U. Quade, K. Rudolph, P. Armbruster, J.P. Theobald, F. Gönnerwein und H. Schrader, *Lecture Notes in Physics*, Vol. **158**, Springer Verlag, Berlin 1987, S.40ff
- [27] W.D. Myers und W.J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* **81** (1966) 1
- [28] W.D. Myers und W.J. Swiatecki, *Ark. Fys.* **36** (1967) 343
- [29] M. Schädel und K. Sümmerer, *GSI-Nachrichten* **11** (1985)
- [30] S.G. Nilsson, *Dan. Mat.-Fys. Medd.* **29**, no.16 (1955)
- [31] P. Holzer, U. Mosel und W. Greiner, *Nucl. Phys. A* **138** (1969) 241
- [32] D. Scharnweber, U. Mosel und W. Greiner, *Phys. Lett.* **24** (1970) 601
- [33] K. Albrecht, D. Scharnweber, W. Greiner und U. Mosel, *Phys. Lett.* **32B** (1970) 229
- [34] D. Scharnweber, W. Greiner und U. Mosel, *Nucl. Phys. A* **164** (1971) 257
- [35] J. Maruhn und W. Greiner, *Z. Phys.* **251** (1972) 431
- [36] H. Diehl und W. Greiner, *Nucl. Phys. A* **229** (1974) 29
- [37] H.J. Fink, *Habilitationsschrift*, Frankfurt am Main, 1976
- [38] J. Hahn, H.J. Lustig und W. Greiner, *Z. Naturforsch.* **32a** (1977) 215
- [39] A.R. Degheidy, J.A. Maruhn, *Z. Phys. A* **290** (1979) 205
- [40] C. Gustafsson, *Proc. Int. Conf. on the Properties of Nuclei far from the Region of Beta-Stability*, Leysin, 1970 (CERN 70-30, Geneva 1970) S.654

- [41] V.M. Strutinsky, *Nucl. Phys. A* **95** (1967) 420
- [42] V.M. Strutinsky, *Nucl. Phys. A* **122** (1968) 1
- [43] C.F. von Weizsäcker, *Z. Phys.* **96** (1935) 431
- [44] H.A. Bethe und R.F. Bacher, *Rev. Mod. Phys.* **8** (1936) 82
- [45] M. Brack, C. Pauli, *Nucl. Phys. A* **207** (1973) 401
- [46] C.F. Tsang, *University of California Report* UC-18899
- [47] J.M. Eisenberg und W. Greiner : *Nuclear Theory*, Vol. 3 : Microscopic Theory of the Nucleus, North-Holland, Amsterdam, 1972
- [48] J.A. Maruhn, *Dissertation*, Frankfurt am Main, 1973
- [49] W. Pauli : *Handbuch der Physik*, Springer-Verlag, Berlin, 1933, Band 24, Teil 1, S.120
- [50] B. Podolsky, *Phys. Rev.* **32** (1928) 812
- [51] V. Schneider, J.A. Maruhn und W. Greiner, *Z. Phys. A* **323** (1986) 111
- [52] H.J. Lustig, J.A. Maruhn und W. Greiner, *J. Phys. G : Nucl. Phys.* **6** (1980) L25
- [53] J.E. Gindler, K.F. Flynn, L.E. Glendenin und R.K. Sjoblom, *Phys. Rev. C* **16** (1977) 1483
- [54] R.M. Harbour, K.W. MacMurdo, D.E. Troutner und M.V. Hoehn, *Phys. Rev. C* **8** (1973) 1488
- [55] K.F. Flynn, E.P. Horwitz, C.A.A. Bloomquist, R.F. Barnes, R.K. Sjoblom, P.R. Fields und L.E. Glendenin, *Phys. Rev. C* **5** (1972) 1725
- [56] K.F. Flynn, J.E. Gindler, R.K. Sjoblom und L.E. Glendenin, *Phys. Rev. C* **11** (1975) 1676
- [57] K.F. Flynn, J.E. Gindler und L.E. Glendenin, *Phys. Rev. C* **12** (1975) 1478

- [58] S. Yamaji, K.-H. Ziegenhain, H.J. Fink, W. Greiner und W. Scheid, *J. Phys. G* **3** (1977) 1283
- [59] K. Depta, J.A. Maruhn, W. Greiner, W. Scheid und A. Sandulescu, *Mod. Phys. Lett.* **1** (1986) 377
- [60] K. Depta, R. Herrmann, J.A. Maruhn, W. Greiner, M. Greiner und W. Scheid, *Proc. Int. Symp. on Nuclear Fission an Heavy-Ion Induced Reactions*, Rochester, 1986
- [61] K. Depta, R. Herrmann, J.A. Maruhn und W. Greiner, *Proc. Int. Symp. on Collective Phenomena in Nuclear and Subnuclear Long Range Interactions in Nuclei*, Bad Honnef, 1987
- [62] R. Herrmann, *Dissertation*, Frankfurt am Main, 1988
- [63] U. Brosa, S. Grossmann und A. Müller, *Z. Phys. A* **325** (1986) 241
- [64] V.V. Pashkevich, A. Sandulescu, JINR Dubna, *Rapid Commun.* **16** (1986) 19
- [65] P. Möller und J.R. Nix, *Nucl. Phys. A* **469** (1987) 1
- [66] S. Ćwiok, P. Rozmej und A. Sobiczewski, *Proc. 5th, Int. Conf. on Nuclei far from Stability*, Rosseau Lake, Canada, 1987, (GSI-Preprint GSI-87-61)
- [67] A. Sandulescu und W. Greiner, *J. Phys. G : Nucl. Phys.* **3** (1977) L189
- [68] A. Sandulescu, D.N. Poenaru und W. Greiner, *Fiz. Elem. Chastitz At. Yadra* **11** (1980) 1334
- [69] R.D. Woods und D.S. Saxon, *Phys. Rev.* **95** (1954) 577
- [70] M. Bolsterli, E.O. Fiset, J.R. Nix und J.L. Norton, *Phys. Rev. C* **5** (1972) 1050
- [71] W.D. Myers, *Nucl. Phys. A* **145** (1970) 387
- [72] P. Möller und J.R. Nix, *Nucl. Phys. A* **361** (1981) 117
- [73] H.J. Krappe, J.R. Nix und A.J. Sierk, *Phys. Rev. C* **20** (1979) 992

- [74] K.T.R Davies und J.R. Nix, *Phys. Rev. C* **14** (1976) 1977
- [75] G.T. Garvey, *Rev. Mod. Phys.* **41** (1969) 51
- [76] L.L. Foldy, *Phys. Rev.* **83** (1951) 397
- [77] J.W. Negele, *Nucl. Phys. A* **165** (1971) 305
- [78] D.N. Poenaru, W. Greiner, K. Depta, M. Ivascu, D. Mazilu und A. Sandulescu, *At. Data Nucl. Data Tables* **34** (1986) 423
- [79] D.N. Poenaru, M. Ivascu, D. Mazilu, R. Gherghescu, K. Depta und W. Greiner, Central Institute of Physics, Bucharest, Report NP-54-86, 1986
- [80] Y.J. Shi und W.J. Swiatecki, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 300; *Nucl. Phys. A* **438** (1985) 450; *A* **646** (1987) 205
- [81] D. Schnabel, *Diplomarbeit*, Universität Frankfurt am Main, 1988
- [82] A.H. Wapstra und G. Audi, *Nucl. Phys. A* **432** (1985) 1
- [83] W.D. Myers : *Droplet model of atomic nuclei*, IFI/Plenum, New York, 1977
- [84] M. Abramowitz und I.A. Stegun : *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, New York, 1965
- [85] K.T.R. Davies und A.J. Sierk, *J. Comp. Phys.* **18** (1975) 311
- [86] D.N. Poenaru, M. Ivascu und A. Sandulescu, *J. de Phys. Lett. (Paris)* **41** (1980) L589

Danksagung

Meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Greiner danke ich an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes Interesse an ihrem Fortgang.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. J.A. Maruhn für viele wertvolle Ratschläge mit denen er diese Arbeit entscheidend beeinflusste.

Mein Dank gilt ferner den Herren Prof. Dr. W. Scheid, Prof. Dr. A. Sandulescu, Dr. D.N. Poenaru, Dr. Hou-ji Wang und Dr. Xi-zhen Wu für viele anregende Diskussionen, die über längere Zeiträume zu einer fruchtbaren Zusammenarbeit führten.

Bedanken möchte ich mich auch für die freundschaftliche Zusammenarbeit mit den Kollegen im Institut, insbesondere bei den Herren R. Herrmann, V. Schneider und D. Schnabel.

Schließlich schulde ich Frau B. Utschig und Frau B. Steidle großen Dank für das sorgfältige Anfertigen der Zeichnungen.

Die benötigte Rechenzeit stellte die Gesellschaft für Schwerionenforschung in Darmstadt zur Verfügung.

Lebenslauf

Persönliche Daten :

Geboren am 30.10.1955 in Klein Rauden, (Ruda Kozielska/Polen)
als Sohn von Leo und Margarete Depta.

Am 28.04.1971 Umsiedlung in die Bundesrepublik Deutschland.

Familienstand: verheiratet. Staatsangehörigkeit: deutsch.

Ausbildung :

Schule :

09.1962 - 06.1970	Volksschule in Rauden, Krs. Ratibor
09.1970 - 04.1971	Technische Mittelschule in Ratibor
05.1971 - 09.1971	Hessische Zentrale Förderschule in Gondsroth
10.1971 - 05.1975	Burggymnasium in Friedberg, Abschluß : Abitur

Studium:

1975 Beginn des Studiums der Mathematik an der J.W.Goethe
Universität Frankfurt am Main; ab Sommersemester 1977
unterstützt durch ein Stipendium der Studienstiftung des
deutschen Volkes.

1977 Diplom-Vorprüfung in Mathematik

1981 Diplom in theoretischer Physik

1981 - 1982 Akademischer Tutor und

1982 - 1987 wissenschaftlicher Angestellter am
Institut für theoretische Physik

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren :

R. Bass, F.W. Bauer, K. Bethge, F. Constantinescu, Th.W. Elze,
U. Gerhard, W. Greiner, W. Martienssen, J.A. Maruhn, E. Mohler,
B. Müller, G. Soff, K. Stelzer, F. Stummel und J. Weidmann.

Seit dem 1.1.1988 beschäftigt bei der Braun AG in Kronberg/Ts.

